Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria _____ (Corso di Laurea)

prova scritta del 16-1-2003

_____ (Cognome) _____ (Nome) _____ (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} e^{2z} + 5e^{4\overline{z}} = 0 \\ |z + \frac{1}{2}\log 5| < 3 \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & t \\ t & 0 & -1 \\ t & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.
(ii) Determinare i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui esiste almeno una soluzione del sistema

$$f_t \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(iii) Determinare, se esistono, i valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $Ker(f_t) \subseteq Im(f_t)$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f specificandone la molteplicità algebrica.
(ii) Si determinino gli autovettori di f.
(iii) Si dica se f è diagonalizzabile e/o triangolarizzabile.