Esame di Geometria e Algebra per Ingegneria _____ (Corso di Laurea)

prova scritta del 16-07-2002

_____ (Cognome) _____ (Nome) _____ (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} ie^z = 1 + i\sqrt{3} \\ |z - \log 2| < 3\pi \end{cases}$$

Eserczio 2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ x_1 + 2x_3 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \\ -x_1 - 2x_3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determini una base di $Ker(f)$ e una di $Im(f)$.
(ii) Si determini se esiste almeno una soluzione del sistema

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(iii) Si determini, se esiste, un vettore $v \in Ker(f)$ tale che

$$\langle v \ , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle = 4$$

(dove $\langle \ , \rangle$ indica il prodotto scalare euclideo)