Ingegneria Edile-Architettura

Test di Geometria – Esercitazione

16 Novembre 2015

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. PUNTEGGIO : **risposta mancante = 0; risposta esatta = +3; risposta errata = -1,5**

Attenzione: Per avere la sufficienza è necessario (ma non sufficiente!) totalizzare almeno 8 punti in questo esercizio.

Stabilire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	**Vera**	**Falsa**
1) Sia $z \in \mathbb{C}$. Se $\mathrm{Re}(e^z) = 0$ allora $\mathrm{Re}(z) = 0$	☐	☐
2) Sia $z \in \mathbb{C}$. Se $z^3 = -1$ e $z \notin \mathbb{R}$ allora $\mathrm{Im}(z) > 0$	☐	☐
3) $(-i)^{2135}$ è uguale a $-i$	☐	☐
4) I vettori $(-1, 2, 3)$ e $(2, 1, -2)$ formano un angolo acuto	☐	☐
5) Il vettore $(0, -1, 2)$ appartiene allo span dei vettori $(1, 0, 3)$ e $(0, 0, -1)$	☐	☐
6) I vettori $(1, 0, -2), (0, 3, 0), (3, 4, 0)$ formano una base di $\mathbb{R}^3$	☐	☐
7) Esistono funzioni $f : \{1, 2, 3\} \to \{a, b, c\}$ che sono iniettive ma non suriettive	☐	☐
8) Sia $f : \mathbb{R}^{11} \to \mathbb{R}^8$ un'applicazione lineare. Allora f è suriettiva	☐	☐
9) Tutti i sistemi lineari quadrati (n equazioni ed n incognite) hanno al più una soluzione	☐	☐
10) Tutti i sistemi lineari con n equazioni e k incognite dove $n < k$ non hanno soluzione	☐	☐
11) Se $A = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \text{ t.c. } n = 3k + 1\}$ e $B = \{2, 3, 5, 6\}$ allora $A \cap B = \emptyset$	☐	☐
12) Se i due insiemi A e B sono diversi allora $A \times B \neq B \times A$	☐	☐

1) Dati i numeri complessi $z = 3i$ e $w = (2 - \pi i)^2$, calcolare e scrivere in forma polare il seguente numero:

$$\frac{e^{w^2+\pi^2}}{\overline{z}}$$

2) Determinare l'insieme S di tutte le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} (\overline{z} - i)^2 = z\,(2iz - 4) \\ z^5 - 9z = 0 \end{cases}$$

3) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ trovare la sua inversa sinistra B che ha tutti zero nella seconda colonna.

4) Usando il metodo di Gauss-Jordan, trovare la matrice inversa A^{-1} della seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5) Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$T\,(x, y, z) = (x + 2z, 2x + y + 3z, x - 3y + 5z)\,.$$

1. Si determini la matrice A associata a T rispetto alla base canonica.
2. Si determini la dimensione e una base dell'immagine di T.
3. Si determini la dimensione e una base del nucleo di T.
4. Trovare tutti i vettori $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $T(x, y, z) = (1, 4, -5)$.