Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale

Compito di Geometria – 27 Giugno 2022

Tempo a disposizione: 120 minuti.



Attenzione: Solo le risoluzioni scritte su questi fogli verranno corrette. Le risposte non giustificate non saranno considerate valide. Buon lavoro!

Esercizio 1. [8 pt.]

Trovare tutte le soluzioni complesse z dell'equazione:

$$27z^6 - 64 = 0$$

Esercizio 2. [8 pt.]

Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Descrivere l'insieme ${\mathcal S}$ di tutte le soluzioni del sistema.

Esercizio 3. [10pt.]

Si consideri la seguente matrice:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 6 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

- 1. Determinare gli autovalori reali della matrice ${\bf A}$ e la loro molteplicità algebrica.
- 2. Per ognuno degli autovalori, determinare la sua molteplicità geometrica e trovare una base del relativo autospazio.
- 3. Trovare, se esistono, una matrice invertibile S ed una matrice diagonale D tali che $S^{-1}AS=D$.

Esercizio 4 [punti 6]

- 1. Determinare una matrice 3×3 che ha il vettore $v = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ come autovettore
 - di autovalore $\lambda = -2$.
- 2. Esiste una matrice A di dimensioni 3×3 (scritta rispetto alla base canonica) che soddisfi le seguenti tre proprietà?
 - L'applicazione lineare associata non è iniettiva.
 - $\lambda = -2$ è autovalore.
 - \bullet A è diagonalizzabile.

Se la risposta è NO, spiegare perché. Se la risposta è SI, trovare un esempio.