**Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale**

Test di Geometria - A — 7 Gennaio 2020

Tempo a disposizione: 20 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

**Esercizio 1.** Determinare le coordinate di $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \left\{\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}\right\}$.

**Soluzione:** Le coordinate sono $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$. Infatti $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix} = 0\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix} + 1\cdot\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

**Esercizio 2.** Siano $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 < 66\}$ e $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N}\ n = 4k\}$. Determinare gli elementi di $A \cap B$ .

**Soluzione:** A contiene i naturali il cui quadrato è minore di 66, dunque $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. B contiene i naturali multipli di 4, dunque $A \cap B = \{4,8\}$

**Esercizio 3.** Sia $g : X \to Y$ una funzione. Scrivere con una formula la proprietà: "$g$ non è iniettiva".

**Soluzione:** Bisogna negare la proprietà di iniettività:
$\exists x_1, x_2 \in X \quad x_1 \neq x_2 \wedge f(x_1) = f(x_2)$ (cioè esistono due elementi distinti del dominio che hanno la stessa immagine)

---

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.
(Punteggio: risposta esatta = 3; risposta mancante = 0; risposta sbagliata errata = -1.5.)

| | Vera | Falsa |
|---|---|---|
| **1)** L'angolo formato dai vettori $v = (-1, 2, -3)$ e $w = (2, -1, -1)$ è acuto. | ☐ | ☒ |
| **2)** Se $f$ è un'applicazione lineare e $v, w \in \ker(f)$ allora anche $v + w \in \ker(f)$. | ☒ | ☐ |
| **3)** Esistono applicazioni lineari $f : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^9$ iniettive. | ☒ | ☐ |
| **4)** L'insieme $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = t + 1\}$ è un sottospazio vettoriale. | ☐ | ☒ |
| **5)** Se una matrice non ha tutti gli autovalori reali allora non è diagonalizzabile. | ☒ | ☐ |
| **6)** Lo spazio vettoriale delle matrici simmetriche $3 \times 3$ ha dimensione 6. | ☒ | ☐ |

**Ingegneria Edile-Architettura e Ingegneria Design Industriale**

Test di Geometria - B — 7 Gennaio 2020

Tempo a disposizione: 20 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

**Esercizio 1.** Sia $f : A \to B$ una funzione. Scrivere con una formula la proprietà: "$f$ non è suriettiva".

**Soluzione:** Bisogna negare la proprietà di suriettività:
$\exists b \in B \ \forall a \in A \ f(a) \neq b$ (cioè esiste un elemento del codominio che non è immagine di nessun elemento del dominio)

**Esercizio 2.** Determinare le coordinate di $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

**Soluzione:** Le coordinate sono $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}}$. Infatti $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Esercizio 3.** Siano $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n^3 < 99\}$ e $Y = \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \ n = 2k\}$. Determinare gli elementi di $X \cap Y$ .

**Soluzione:** $X$ contiene i naturali il cui cubo è minore di 99, dunque $X = \{1, 2, 3, 4\}$. $Y$ contiene i numeri naturali pari, dunque $X \cap Y = \{2, 4\}$

---

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false.
(Punteggio: risposta esatta = 3; risposta mancante = 0; risposta sbagliata errata = -1.5.)

| | Vera | Falsa |
|---|---|---|
| **1)** L'insieme $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = z + t\}$ è un sottospazio vettoriale. | ☒ | ☐ |
| **2)** Se una matrice è diagonalizzabile allora ha tutti autovalori reali. | ☒ | ☐ |
| **3)** Se $g$ è un'applicazione lineare e $v, w \in \mathrm{Im}(g)$ allora anche $v + w \in \mathrm{Im}(g)$. | ☒ | ☐ |
| **4)** Lo spazio vettoriale delle matrici simmetriche $4 \times 4$ ha dimensione 8. | ☐ | ☒ |
| **5)** Non esistono applicazioni lineari $g : \mathbb{R}^7 \to \mathbb{R}^9$ suriettive. | ☒ | ☐ |
| **6)** L'angolo formato dai vettori $v_1 = (-1, 1, -2)$ e $v_2 = (2, -1, -1)$ è acuto. | ☐ | ☒ |