Griglia di valutazione

Esercizio 1

4 punti a chi ha dimostrato la crescenza della successione, trovato i possibili limiti e dedotto la soluzione per $\alpha \in [1, +\infty)$.

7 punti a chi ha concluso correttamente il caso $\alpha \in [0, +\infty)$ e sbagliato il controllo di $x_{n+1} \leq 1$.

10 punti soluzione completa e corretta, correlata da opportuna dimostrazione.

Esercizio 2

L'esercizio 2 è risultato molto più difficile dei rimanenti, ed i punteggi sono stati in media molto bassi. Un punteggio di 5 o 6 su questo esercizio è da considerarsi abbastanza buono. Le soluzioni proposte dagli studenti sono molto eterogenee, e pertanto difficili da inquadrare in una griglia di valutazione. Di seguito sono riportati i criteri indicativi con cui sono stati assegnati i punteggi.

L'errore più comune è stato quello di utilizzare il criterio del confronto per eliminare il termine $2 + \sin(n)$. Il criterio del confronto, però, è valido solo per le serie a termini positivi, e pertanto tale soluzione non è corretta. Agli studenti che hanno fatto questo errore sono stati assegnati in genere 3 punti.

Un'osservazione che era possibile fare è che, per $\alpha < 1/2$, il termine generale della serie non è infinitesimo, e pertanto questa non può convergere. Accorgersi di questo fatto valeva 3 punti. Un'altra possibile osservazione era che per $\alpha > 3/2$ o $\alpha = 3/2 \wedge \beta > 1$ la serie converge assolutamente. Anche questo valeva 3 punti.

Molti studenti hanno scomposto la serie in due addendi. Lo studio della convergenza di un singolo addendo valeva 4 o 5 punti se fatto in modo corretto, e per entrambi gli addenti venivano assegnati 9 punti. Un altro punto veniva assegnato a chi giustificava correttamente la convergenza dell'intera serie a partire dallo studio dei singoli addendi. In particolare, hanno ottenuto 10 punti gli studenti che hanno svolto correttamente l'intero esercizio.

Alcuni studenti hanno scomposto la serie in tre addendi, limitandosi a studiare la convergenza assoluta del termine con $\sin(n)$ maggiorandolo con 1. Lo studio della convergenza di tale addendo è in realtà molto più complicato, e agli studenti che hanno affrontato l'esercizio in questo modo, se hanno fatto correttamente il resto, sono stati assegnati 8 punti.

In sintesi, le soluzioni errate (criterio del confronto o di Leibniz usati a sproposito) sono state valutate fino a 3 punti, le soluzioni parziali (lo studio di un singolo addendo, o della convergenza assoluta) da 3 a 6 punti, e quelle complete (lo studio di tutti gli addendi) da 7 a 10 punti, a seconda di quanto mancava ad una soluzione del tutto corretta.

Esercizio 3

fino a 3 punti per chi non si è accorto che x poteva essere negativo, ma ha comunque applicato il criterio del rapporto ottenendo convergenza per $x < 4$.

fino a 7 punti per chi ha applicato il criterio del rapporto alla serie dei moduli, e spiegato cosa succedeva nei due casi $|x| < 4$ e $|x| > 4$.

8-10 punti per chi, oltre a ciò, ha trattato il caso $|x| = 4$, anche con soluzioni parziali.

L'errore più comune è stato commesso nello studiare la serie a segni alterni (per $x < 0$), nel qual caso molti hanno sostenuto che "siccome non si può applicare il criterio di Leibniz, la serie è indeterminata". Attenzione: *se* si può applicare Leibniz *allora* la serie converge, ma non viceversa!