

Meccanica Razionale Prova del 12/1/2000

USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

É data la funzione $f(x) = x^3 - x$.

- (a) Trovare i punti fissi.
- (b) Trovare gli eventuali punti periodici di periodo minimo 2.
- (c) Provare che se $|x_0| < 1$ allora

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f^n(x_0) = 0.$$

- (d) Studiare la stabilit  dei punti fissi di $f(x)$.

Secondo Esercizio

Considerare il sistema dinamico discreto

$$x(n+1) = ax(n)(1-x(n)) - x(n)y(n)$$

$$y(n+1) = bx(n)y(n)$$

dove a e b sono parametri reali positivi. Questo sistema   un modello di interazioni fra due specie: le prede x e i predatori y . Nell'assenza di predatori, la popolazione delle prede   governata dall'equazione logistica. Si assume che ciascun predatore uccida un numero di prede proporzionale all'abbondanza delle stesse. Si suppone inoltre che il numero dei predatori al tempo discreto $n+1$ sia proporzionale al numero dei predatori al tempo n e al numero delle prede allo stesso tempo. Porre $b = 1$.

- (a) Trovare i punti fissi e dire a quali di questi   possibile applicare il teorema di Hartman-Grobman.
- (b) Studiare la stabilit  dei punti fissi al variare di $a > 0$, utilizzando il principio di linearizzazione .