

**Meccanica Razionale 10/1/2003 vecchio ordinamento
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI**

Primo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(\mathbf{y}) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y_1' y_2' - y_1 y_2) dx$$

nella classe di funzioni ammissibili

$$A = \{ \mathbf{y}(x) = (y_1(x), y_2(x)) \in C^2([0, \frac{\pi}{2}]) \times C^2([0, \frac{\pi}{2}]), y_1(0) = 0, y_2(0) = 0, \\ y_1(\frac{\pi}{2}) = 1, y_2(\frac{\pi}{2}) = -1 \}.$$

Trovare l'estremale del funzionale e l'estremo superiore e inferiore nella classe A .

Secondo Esercizio

Studiare il sistema autonomo

$$\frac{dx}{dt} = \sin(y) - \cos(y), \quad \frac{dy}{dt} = -\sin(x) + \cos(x)$$

assumendo come spazio delle fasi $S^1 \times S^1$. In particolare: 1) Trovare un integrale primo del sistema. 2) Trovare i punti singolari e classificarli. 3) Trovare le separatrici del sistema linearizzato nei punti di sella. 4) Trovare le separatrici nei punti di sella del sistema nonlineare e disegnare il diagramma di fase complessivo.

Prova al calcolatore (a) Tracciare il diagramma di fase risolvendo numericamente le equazioni per vari valori iniziali. (b) Tracciare il diagramma di fase disegnando, tramite MAPLE, alcuni insiemi di livello dell'integrale primo del sistema.