

Meccanica Razionale e Analitica

3/6/2003

USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Risolvere due dei seguenti tre esercizi

Primo Esercizio

Il punto Ω ruota con velocità angolare costante ω su una circonferenza di centro O e raggio r posta in piano verticale in cui è fissato un riferimento inerziale Oxy con y verticale ascendente. Si supponga Ω origine di una coppia di assi ortogonali $\zeta\eta$ del piano verticale che hanno orientamento invariabile rispetto agli assi fissi. Su ζ ed η sono vincolati a muoversi senza attrito due punti, rispettivamente P e Q , di egual massa m . I due punti sono collegati fra loro da una molla di costante elastica h e lunghezza a riposo nulla. Supporre che all'istante iniziale $t = 0$ gli assi x ed ζ siano sovrapposti e assumere come parametri lagrangiani ζ e η . (a) Calcolare l'energia cinetica del sistema rispetto al riferimento inerziale. (b) Trovare la lagrangiana. (c) Risolvere le equazioni di moto quando $h - m\omega^2$ è diverso da zero.

Secondo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(y) = \int_0^1 [y'^2 + y^2 + 2(x^3 + 3x^2 + 7x)] dx$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{y(x) \in C^1([0, 1]), y(0) = 0\}.$$

Provare che esiste il minimo assoluto e trovarlo.

Prova al Calcolatore

Tracciare tramite MAPLE la curva \mathcal{C} di equazioni parametriche

$$x(t) = \cos(t)(1 + \sin(t)), \quad y(t) = 1 + \sin(t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Tramite l'uso della formula di Green o in altro modo, trovare l'area della regione piana racchiusa dalla curva \mathcal{C} .