

Meccanica Razionale e Analitica

6/9/04

USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Provare che il seguente funzionale nella classe di funzioni ammissibili A ha minimo assoluto e trovarlo.

$$J(x) = \int_0^1 (x'^2 + x^2 - 2te^t x) dt + x(0)^2 + x(1)^2$$

$$A = \{x(t) \in C^1([0, 1])\}.$$

Secondo Esercizio

Un disco, di massa M e raggio R , è fissato ortogonalmente a un'asta sottile di massa m e lunghezza L in modo che il centro del disco coincida con un estremo dell'asta. Un secondo disco, di massa μ e raggio R ha il centro C vincolato sull'asta e può scorrere senza ruotare lungo l'asta mantenendosi ad essa ortogonale. Una molla, di costante elastica k , collega il punto C con il punto medio O dell'asta. Il sistema complessivo può ruotare attorno ad un asse fisso verticale passante per O e ortogonale all'asta. Tutti i vincoli sono privi di attrito. Si assumano come coordinate lagrangiane l'angolo θ che l'asta forma con un asse fisso orizzontale passante per O e la distanza s di C da O . Assegnate le condizioni iniziali

$$s(0) = s_0, \dot{s}(0) = 0, \theta(0) = 0, \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0$$

si trovi:

- la lagrangiana, le equazioni di moto e due integrali primi.
- I valori di $\dot{\theta}_0$ per i quali il secondo disco rimane in equilibrio relativo rispetto all'asta.
- Supposta nota una soluzione $(s(t), \theta(t))$ delle equazioni di moto si calcoli il valore corrispondente del risultante \underline{R} delle reazioni vincolari esercitate dall'asse verticale sull'asta.

Prova al Calcolatore

Trovare tramite MAPLE le soluzioni dell'equazione differenziale

$$(x \cos(y) - y \sin(y))dy + (x \sin(y) + y \cos(y))dx = 0.$$

Determinare (implicitamente) la soluzione che soddisfa la condizione iniziale

$$y(0) = \frac{\pi}{2}$$

e tracciarne il grafico nella regione $\{(x, y), -10 < x < 10, \frac{\pi}{2} - 1 < y < \frac{\pi}{2} + 1\}$