

Meccanica Razionale e Analitica
Seconda Prova in Itinere 21/1/2000
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Un punto materiale di massa m évincolato a muoversi senza attrito sulla superficie liscia di equazione

$$z = \frac{1}{R}(x^2 + y^2)$$

rispetto a un riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$ con asse z rivolto verso l'alto. (a) Trovare la lagrangiana del sistema. (b) Trovare due integrali primi del moto spiegandone il significato meccanico. (c) Dire in corrispondenza a quali condizioni iniziali dei parametri lagrangiani la traiettoria del punto giace in un piano verticale passante per l'asse z . (d) Provare che i moti del punto (c) sono periodici e trovarne il periodo. (e) Dimostrare che sono possibili orbite che giacciono in un piano orizzontale e trovare la condizione sui dati che le rendono possibili.

Secondo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(y) = \int_0^\pi y'^2 - 2y \sin(2x) dx$$

nella classe delle funzioni

$$y(x) \in C^4[0, \pi], y(0) = 0, y'(\pi) = 0$$

- (a) Trovare gli estremali del funzionale.
- (b) Provare che si tratta di minimi assoluti.