

Provare che i seguenti funzionali nelle classi indicate hanno minimo assoluto e trovarlo.

$$(1) \quad J(y) = \int_0^1 (y'^2 + y^2 + 2x^3 e^x) dx$$

$$\{y(x) \in C^2([0, 1]), y(0) = 0, y(1) = 0\}$$

$$(2) \quad J(y) = \int_0^2 (y'^2 + 2y^2 + 2x^3 \cos(x)) dx$$

$$\{y(x) \in C^2([0, 2]), y(0) = 0\}$$

$$(3) \quad J(y) = \int_0^1 (y'^2 + y^2 + y'y + 2x^4) dx$$

$$\{y(x) \in C^2([0, 2]), y(0) = 0, y(1) = 0\}$$

$$(4) \quad J(y) = \int_0^1 (y'^2 - y^2 + 2x^2) dx$$

$$\{y(x) \in C^2([0, 2]), y(0) = 0, y(1) = 0\}$$