Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

SETTIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 16.02.15

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f(x,y,z) := x\sqrt{1+y} + (1+2y)\sin z$. Sia inoltre $\gamma \in C^1(\mathbb{R},\mathbb{R}^3)$ una curva tale che $\gamma(0) = (1,0,0)$ e $\gamma'(0) = (0,0,1)$, e si definisca $\phi(t) := f(\gamma(t))$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f(x,y) := e^{2x^2} + \sin(xy) - \cos(x+y)$. Per la funzione f l'origine $(0,0)$

(a) è punto di massimo locale (b) è punto di sella

(c) è punto di minimo locale (d) non è un punto stazionario .

3. Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 - 3y^2 + 2z^2 = 0\}$ nel punto $P := (1,1,1)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\Phi(u,v) = (3u + e^v,\ \ u + \cos v,\ \ uv)$ e sia $Q := (1,0)$. Calcolare $|\Phi_u(Q) \times \Phi_v(Q)|$.

5. Calcolare l'area della superficie

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ :\ 6x + 3y + 2z = 6, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0,\}.$$

6. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \ = \ \Big(\frac{2y + \lambda x}{y^2 + 4x^2}\ ,\ -\frac{6y + 2x}{y^2 + 4x^2}\Big)$$

è irrotazionale.

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

α

1 1

2 C

3 $2x - 3y + 2z - 1 = 0$

4 $\sqrt{11}$

5 $7/2$

6 -24

α

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

SETTIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 16.02.15

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f(x,y,z) := y\sqrt{1+x} + (1-2y)\sin z$. Sia inoltre $\gamma \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^3)$ una curva tale che $\gamma(0) = (0,2,0)$ e $\gamma'(0) = (0,0,1)$, e si definisca $\phi(t) := f(\gamma(t))$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f(x,y) := e^{-x^2} + \sin(xy) + \cos(x+y)$. Per la funzione f l'origine $(0,0)$

(a) è punto di massimo locale (b) è punto di sella

(c) è punto di minimo locale (d) non è un punto stazionario .

3. Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 3y^2 - 4z^4 = 0\}$ nel punto $P := (2,0,1)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\Phi(u,v) = (2u + e^{-v},\ v - \sin v,\ -uv)$ e sia $Q := (1,0)$. Calcolare $|\Phi_u(Q) \times \Phi_v(Q)|$.

5. Calcolare l'area della superficie

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ 3x + 2y + 3z = 12, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0, \}.$$

6. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{3y + \lambda x}{y^2 + 9x^2}, \frac{4y - 3x}{y^2 + 9x^2}\right)$$

è irrotazionale.

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

B

1

-3

2

a

3

$x - 4z + 2 = 0$

4

2

5

$4\sqrt{22}$

6

36

β

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SETTIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 16.02.15

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f(x,y,z) := 2x\sqrt{1+3y} - (1+z)\cos x$. Sia inoltre $\gamma \in C^1(\mathbb{R},\mathbb{R}^3)$ una curva tale che $\gamma(0) = (0,0,2)$ e $\gamma'(0) = (1,0,0)$, e si definisca $\phi(t) := f(\gamma(t))$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f(x,y) := e^{x^2} + 2\sin(xy) - \cos(x+y)$. Per la funzione f l'origine $(0,0)$

(a) è punto di massimo locale (b) è punto di sella
(c) è punto di minimo locale (d) non è un punto stazionario .

3. Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 - 3y^2 + z^4 = 0\}$ nel punto $P := (1,1,1)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\Phi(u,v) = (v - 3e^u, \;\; uv, \;\; v - \cos u)$ e sia $Q := (0,1)$. Calcolare $|\Phi_u(Q) \times \Phi_v(Q)|$.

5. Calcolare l'area della superficie

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \; : \; 6x + 4y + 6z = 12, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0,\}.$$

6. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \;=\; \Big(\frac{6x-2y}{4y^2+x^2}\,,\;\frac{\lambda y + 2x}{4y^2+x^2}\Big)$$

è irrotazionale.

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

γ

1 2

2 6

3 $2x - 3y + 2z - 1 = 0$

4 $\sqrt{11}$

5 $\sqrt{22}$

6 24

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

SETTIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 16.02.15

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $f(x,y,z) := z\sqrt{1+2x} + 3y + (1-3z)\cos x$. Sia inoltre $\gamma \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^3)$ una curva tale che $\gamma(0) = (0,1,0)$ e $\gamma'(0) = (1,0,0)$, e si definisca $\phi(t) := f(\gamma(t))$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f(x,y) := e^{-x^2} + \sin(xy) + 2\cos(x+y)$. Per la funzione f l'origine $(0,0)$

(a) è punto di massimo locale (b) è punto di sella

(c) è punto di minimo locale (d) non è un punto stazionario .

3. Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^4 - 3y^2 + 3z^2 = 0\}$ nel punto $P := (0,2,2)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $\Phi(u,v) = (u - \sin u,\ \ uv,\ \ 3u + e^{-v})$ e sia $Q := (0,1)$. Calcolare $|\Phi_u(Q) \times \Phi_v(Q)|$.

5. Calcolare l'area della superficie

$$S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + 2z = 4, \ \ x \geq 0, \ \ y \geq 0, \ \ z \geq 0, \}.$$

6. Determinare per quali valori di $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \ = \ \Big(\frac{\lambda y - 4x}{9y^2 + x^2}\ ,\ \frac{3x - 36y}{9y^2 + x^2}\Big)$$

è irrotazionale.

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

5

1

0

2

a

3

$z-y=0$

4

$1/e$

5

6

6

-3

б