

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Dire se l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 \leq 4, (x - 2)^2 + y^2 \geq 4\}$ è
(a) aperto e semplicemente connesso (b) chiuso e semplicemente connesso
(c) aperto e non semplicemente connesso (d) chiuso e non semplicemente connesso.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado nel punto $P = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (x + 1)^2 e^{x+2y}.$$

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $P = (\pi, 1)$ alla curva definita implicitamente dall'equazione

$$\cos x + e^{y-1} + \sin(xy) = 0.$$

4. Calcolare

$$\iint_Q |x - y| \, dx \, dy$$

dove $Q = [-1, 0] \times [-1, 0]$.

5. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y e^x$ e $\gamma : [0, 1/2] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = (t, e^t)$. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \, ds.$$

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ è irrotazionale il campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (x^2 y^3 - x^4 + (\lambda - 1)y, y^4 + \lambda x^3 y^2).$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

6

2

$$1 + 3x + 2y + \frac{7}{2}x^2 + 6xy + 2y^2$$

3

$$x + (\pi - 1)y - 2\pi + 1 = 0$$

4

$\frac{\pi}{3}$

5

$$\frac{\sqrt{(1+e)^3} - 2\sqrt{2}}{3}$$

6

1

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Dire se l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 > -1, 4x^2 + 4y^2 > 1\}$ è
(a) aperto e semplicemente connesso (b) chiuso e semplicemente connesso
(c) aperto e non semplicemente connesso (d) chiuso e non semplicemente connesso.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado nel punto $P = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (x - 1)^2 e^{x-3y}.$$

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $P = (1, \pi)$ alla curva definita implicitamente dall'equazione

$$\sin(xy) + e^{x-1} + \cos(xy) = 0.$$

4. Calcolare

$$\iint_Q |x + y| \, dx \, dy$$

dove $Q = [-1, 1] \times [-1, 1]$.

5. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y e^{x/2}$ e $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = (t, e^{t/2})$. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \, ds.$$

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ è irrotazionale il campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (x^3 + \lambda xy^2, y^3 - 4x^2 y - \lambda y).$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

c

2

$$1 - x - 3y - \frac{x^2}{2} + 3xy + \frac{9}{2}y^2$$

3

$$(1 - \pi)x - y + 2\pi - 1 = 0$$

4

$\frac{8}{3}$

5

$$\frac{\sqrt{(4+e)^3} - 5\sqrt{5}}{3}$$

6

-4

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Dire se l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 \leq 2, x^2 + y^2 \geq 1\}$ è
(a) aperto e semplicemente connesso (b) chiuso e semplicemente connesso
(c) aperto e non semplicemente connesso (d) chiuso e non semplicemente connesso.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado nel punto $P = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (y - 1)^2 e^{3x+y}.$$

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $P = (\pi, 1)$ alla curva definita implicitamente dall'equazione

$$\sin(xy) + e^{y-1} + \cos x = 0.$$

4. Calcolare

$$\iint_Q |x + y| \, dx \, dy$$

dove $Q = [0, 2] \times [-2, 0]$.

5. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y e^{-x}$ e $\gamma : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = (t, e^{-t})$. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \, ds.$$

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ è irrotazionale il campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (y^3 + 3x^2y + \lambda x, x^3 - \lambda xy^2).$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

d

2

$$1 + 3x - y + \frac{9}{2}x^2 - 3xy - \frac{y^2}{2}$$

3

$$x + (\pi - 1)y - 2\pi + 1 = 0$$

4

 $\frac{8}{3}$

5

$$\frac{\sqrt{(1+e^2)^3} - 2\sqrt{2}}{3}$$

6

-3

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
QUINTA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 08.01.15

Nome e cognome

Matricola

1. Dire se l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - x^2 < 2, x^2 + (y - 1)^2 > 1\}$ è
(a) aperto e semplicemente connesso (b) chiuso e semplicemente connesso
(c) aperto e non semplicemente connesso (d) chiuso e non semplicemente connesso.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di secondo grado nel punto $P = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (y + 1)^2 e^{y - 2x} .$$

3. Scrivere l'equazione della retta tangente nel punto $P = (1, \pi)$ alla curva definita implicitamente dall'equazione

$$\cos y + e^{x-1} + \sin(xy) = 0 .$$

4. Calcolare

$$\iint_Q |x - y| \, dx \, dy$$

dove $Q = [1, 2] \times [1, 2]$.

5. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = y e^{-x/2}$ e $\gamma : [-2, 0] \rightarrow \mathbb{R}^2$ la curva definita da $\gamma(t) = (t, e^{-t/2})$. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} f \, ds .$$

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ è irrotazionale il campo $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$F(x, y) = (xy^4 + y^2, \lambda x^2 y^3 + \lambda xy) .$$

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

a

2

$$1 - 2x + 3y + 2x^2 - 6xy + \frac{7}{2}y^2$$

3

$$(1-\pi)x - y + 2\pi - 1 = 0$$

4

$\frac{1}{3}$

5

$$\frac{\sqrt{(4+e^2)^3} - 5\sqrt{5}}{3}$$

6

2
