

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

SECONDA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 28.06.14

Nome e cognome

Matricola

1. Sia

$$f(x, y) = \frac{1 + \log(xy)}{10 + \sqrt{1 - 2x^2 - y^2}} .$$

L'insieme di definizione di f è :

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) non chiuso e limitato (d) non chiuso e non limitato.

2. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato nell'origine, della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = ye^{x^2} - \cos(xy) + x^2 .$$

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - xz - y^2 + z^2 = 4\}$. Scrivere l'equazione del piano tangente a C nel punto $(2, 0, 0)$.

4. Scrivere una parametrizzazione della superficie Σ il cui sostegno è dato da

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 = 2\} .$$

5. Calcolare

$$\iint_D (2 + xy) \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 2\}$.

6. Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (z^2 + 4xe^{2x^2+y^2+z^2}, 2 + 2ye^{2x^2+y^2+z^2}, 1 + 2ze^{2x^2+y^2+z^2}) .$$

Calcolare il rotore di F .

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

A

1

c)

2

$$-1 + y + x^2$$

3

$$2x - z - 4 = 0$$

4 $\Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad D = \{(y, z) \mid y^2 + z^2 \leq 1\}$

$$\Phi(y, z) = (\sqrt{2 - y^2 - z^2}, y, z)$$

5

16

6

$$(0, 2z, 0)$$

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SECONDA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 28.06.14

Nome e cognome

Matricola

1. Sia

$$f(x, y) = \frac{1 + \log(x + y)}{10 + \sqrt{x^2 - y^2 + 1}} .$$

L'insieme di definizione di f è :

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) non chiuso e limitato (d) non chiuso e non limitato.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato nell'origine, della funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = xe^{-y^2} + \sin(xy) - y^2 .$$

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + yz - x^2 + z^2 = 3\}$. Scrivere l'equazione del piano tangente a C nel punto $(0, 1, 1)$.
4. Scrivere una parametrizzazione della superficie Σ il cui sostegno è dato da

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 = 4\} .$$

5. Calcolare

$$\iint_D (xy - 3) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max(|x|, |y|) \leq 1\}$.

6. Sia $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (1 + 2xe^{x^2+2y^2+z^2}, 2 + 4ye^{x^2+2y^2+z^2}, xy + 2ze^{x^2+2y^2+z^2}) .$$

Calcolare il rotore di F .

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

d)

2

$$x - y^2 + xy$$

3

$$y + z - 2 = 0$$

$$4 \quad \Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad D = \{(x, z) \mid x^2 + z^2 \leq 3\}$$

$$\Phi(x, z) = (x, \sqrt{4 - x^2 - z^2}, z)$$

5

-12

6

$$(x, -y, 0)$$

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SECONDA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 28.06.14

Nome e cognome

Matricola

1. Sia

$$f(x, y) = \frac{1 + \sqrt{xy}}{20 + \sqrt{1 - x^2 - y^2}} .$$

L'insieme di definizione di f è :

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) non chiuso e limitato (d) non chiuso e non limitato.
2. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato nell'origine, della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = ye^{-y} + \cos(xy) - x^2y^2 .$$

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + xy + yz - z^2 = 0\}$. Scrivere l'equazione del piano tangente a C nel punto $(0, 2, 0)$.
4. Scrivere una parametrizzazione della superficie Σ il cui sostegno è dato da

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 = 2\} .$$

5. Calcolare

$$\iint_D (1 + x^2y) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 4\}$.

6. Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (2 + 2xe^{x^2+y^2+2z^2}, 3 + 2ye^{x^2+y^2+2z^2}, 2x^2 + 4ze^{x^2+y^2+2z^2}) .$$

Calcolare il rotore di F .

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

1

a)

2

$$1 + y - y^2$$

3

$$x + z = 0$$

4 $\Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad D = \{(x, z) \mid x^2 + z^2 \leq 1\}$

$$\Phi(x, z) = (x, \sqrt{2 - x^2 - z^2}, z)$$

5

32

6

$$(0, -4x, 0)$$

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
SECONDA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 28.06.14

Nome e cognome

Matricola

1. Sia

$$f(x, y) = \frac{1 + \sqrt{x+y}}{20 + \sqrt{2x^2 + y^2 - 1}} .$$

L'insieme di definizione di f è :

- (a) chiuso e limitato (b) chiuso e non limitato
(c) non chiuso e limitato (d) non chiuso e non limitato.

2. Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, centrato nell'origine, della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = xe^{x+y^2} - \sin(xy) .$$

3. Sia $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + xz - y^2 - z^2 = 1\}$. Scrivere l'equazione del piano tangente a C nel punto $(1, 0, 1)$.

4. Scrivere una parametrizzazione della superficie Σ il cui sostegno è dato da

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 1, x^2 + y^2 + z^2 = 4\} .$$

5. Calcolare

$$\iint_D (xy^2 - 1) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max(|x|, |y|) \leq 3\}$.

6. Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (1 + xe^{2(x^2+y^2+z^2)}, xz + ye^{2(x^2+y^2+z^2)}, 1 + ze^{2(x^2+y^2+z^2)}) .$$

Calcolare il rotore di F .

Durante il test è vietato l'uso di appunti, libri e calcolatrici di ogni tipo. Qualsiasi apparecchiatura elettronica va tenuta spenta nella propria borsa o giacca. L'inosservanza di questa norma comporta automaticamente l'annullamento della prova.

D

1

b)

2

$$x + x^2 - xy$$

3

$$3x - z - 2 = 0$$

$$4 \quad \Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad D = \{(x, z) \mid x^2 + z^2 \leq 3\}$$

$$\Phi(x, z) = (x, \sqrt{4 - x^2 - z^2}, z)$$

5

$$-36$$

6

$$(-x, 0, z)$$