Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

PRIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 07.06.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una curva di classe C^1 tale che $\gamma(0) = (0,0,0)$, $\gamma'(0) = (0,0,1)$. Siano poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y,z) \;=\; y^2 + (1+z)\arctan x$$

e $\phi = f \circ \gamma$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) \;=\; ye^{-x} - \cos x \sin y \quad .$$

Il punto $(0,0)$ è per f :

(a) di massimo locale (b) di minimo locale (c) di sella (d) nessuno di questi .

3. Sia $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + xy + y^2 = 4\}$. Scrivere l'equazione della retta tangente a C nel punto $(0,2)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\Phi(x,y,z) = \left(e^{2x}\sin y + z \,,\; e^{2x}\cos y - z \,,\; ze^{2z}\right) .$$

Calcolare il determinante della matrice jacobiana di Φ nel punto $(0,1,1)$.

5. Calcolare

$$\iint_D \left(2 + y^3\right) \, dx\, dy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 4\}$.

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \;=\; \left(\lambda \sin y + \frac{y}{1+x^2} - e^{x-2y} \,,\; \lambda x \cos y + \arctan x + \lambda e^{x-2y}\right)$$

è conservativo.

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II

Anno Accademico 2013-2014

PRIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II

Pisa, 07.06.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una curva di classe C^1 tale che $\gamma(0) = (0,0,0)$, $\gamma'(0) = (0,1,0)$. Siano poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y,z) \;=\; z^2 + (1+x)\arctan y$$

e $\phi = f \circ \gamma$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) \;=\; xe^{-y} - \sin x \cos y \quad .$$

Il punto $(0,0)$ è per f :

(a) di massimo locale (b) di minimo locale (c) di sella (d) nessuno di questi .

3. Sia $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 - 2xy - y^2 = -2\}$. Scrivere l'equazione della retta tangente a C nel punto $(1,1)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\Phi(x,y,z) = \left(e^{2y}\sin x - z \,,\, e^{2y}\cos x + z \,,\, ze^{2z}\right) .$$

Calcolare il determinante della matrice jacobiana di Φ nel punto $(0,1,1)$.

5. Calcolare

$$\iint_D \left(2 - y^3\right)\, dx\, dy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 9\}$.

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x,y) \;=\; \left(\lambda\cos y + \frac{y}{1+x^2} - e^{2x-y} \,,\ \arctan x + \lambda e^{2x-y} - \lambda x \sin y\right)$$

è conservativo.

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
PRIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 07.06.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una curva di classe C^1 tale che $\gamma(0) = (1, 0, 0)$, $\gamma'(0) = (1, 0, 0)$. Siano poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y, z) \ = \ x^2 + (1 + y) \arctan z$$

e $\phi = f \circ \gamma$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) \ = \ x(e^{-y} - 1) + 2 \cos x \cos y \quad .$$

Il punto $(0, 0)$ è per f :
(a) di massimo locale (b) di minimo locale (c) di sella (d) nessuno di questi .

3. Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 - xy + 2y^2 = 2\}$. Scrivere l'equazione della retta tangente a C nel punto $(1, 1)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\Phi(x, y, z) = \big(e^x \sin(2y) + z \, , \, e^x \cos(2y) - z \, , \, ze^z\big) \ .$$

Calcolare il determinante della matrice jacobiana di Φ nel punto $(0, 0, 1)$.

5. Calcolare

$$\iint_D \big(x^3 - 3\big) \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 4\}$.

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y) \ = \ \big(\lambda \sin x + \frac{y}{1 + x^2} + \lambda e^{x-2y} \, , \ \lambda \cos y + \arctan x + e^{x-2y}\big)$$

è conservativo.

1

2

3

4

5

6

Corso di Algebra Lineare e Analisi Matematica II
Anno Accademico 2013-2014
PRIMA PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA II
Pisa, 07.06.14

Nome e cognome **Matricola**

1. Sia $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una curva di classe C^1 tale che $\gamma(0) = (0, 1, 0)$, $\gamma'(0) = (0, -1, 0)$. Siano poi $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y, z) = y^2 + (1 + x) \arctan z$$

e $\phi = f \circ \gamma$. Calcolare $\phi'(0)$.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x(e^{-y} - 1) - 2 \cos x \cos y \quad .$$

Il punto $(0, 0)$ è per f :
(a) di massimo locale (b) di minimo locale (c) di sella (d) nessuno di questi .

3. Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2xy + y^2 = 4\}$. Scrivere l'equazione della retta tangente a C nel punto $(2, 0)$.

4. Sia $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ definita da

$$\Phi(x, y, z) = \left(e^y \sin(2x) - z \, , \, e^y \cos(2x) + z \, , \, ze^z\right) .$$

Calcolare il determinante della matrice jacobiana di Φ nel punto $(0, 0, 2)$.

5. Calcolare

$$\iint_D \left(1 - x^3\right) \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}$.

6. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ definito da

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\lambda \sin(2y) + \frac{y}{1 + x^2} - e^{x-y} \, , \, 2\lambda x \cos(2y) + \arctan x + \lambda e^{x-y}\right)$$

è conservativo.

1

2

3

4

5

6