

**Compito di Analisi Numerica, a.a.2013-2014,  
Appello 4, 27/6/2014**

**Esercizio 1.** Si consideri il sistema  $Ax = b$  dove  $b \in \mathbb{R}^n$ ,  $A = I - B$  è matrice  $n \times n$  e  $B$  ha autovalori reali compresi tra  $\theta_1$  e  $\theta_2$  con  $\theta_1 < \theta_2$ . Si studi la convergenza del metodo iterativo dato dal partizionamento  $A = M - N$ ,  $M = (1 + \alpha)I$ ,  $N = B + \alpha I$  al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ . In particolare

- a) Si dica sotto quali condizioni su  $\theta_1, \theta_2$  esiste un  $\alpha$  che dà convergenza
- b) Si determini il valore di  $\alpha$  che massimizza la velocità di convergenza

**Esercizio 2.** Sia  $f(x) = x^2 - a|x|$  dove  $a \in \mathbb{R}$ . Si determinino al variare di  $a$  gli zeri di  $f(x)$  e per ciascuno zero si studi la convergenza locale del metodo di Newton applicato ad  $f(x)$  al variare di  $a$ .

**Esercizio 3.** Siano  $u, v, d, x \in \mathbb{R}^n$  e si definisca la matrice  $A = D + uv^T$  dove  $D$  è la matrice diagonale con elementi diagonali uguali a  $d_1, \dots, d_n$ , dove  $d = (d_i)$ . Si scriva una function nella sintassi di Octave che presi in input i vettori  $u, v, d, x$  dà in output il vettore  $y = Ax$  in modo che il numero di operazioni aritmetiche utilizzate sia non superiore a  $5n$ .

(Facoltativo) Dire se il metodo implementato è stabile all'indietro.