

Elementi di Teoria degli insiemi
3 Appello
Prova scritta del 5 Settembre 2016

Esercizio 1. Trovare degli ordinali α, β che verifichino le seguenti uguaglianze o dimostrare che non esistono (l'esponenziazione va intesa in senso ordinale, non cardinale):

1. $\omega^\omega = 2^\alpha$;
2. $(\omega + 1)^{(\omega+1)} = 2^\beta$.

Esercizio 2. Dato un insieme infinito A , è sempre possibile partizione A in \aleph_0 insiemi di cardinalità $|A|$?

Esercizio 3. Confrontare le cardinalità dei seguenti insiemi mettendoli in ordine crescente e stabilendo le eventuali uguaglianze:

1. l'insieme delle funzioni $f : \omega_1 \rightarrow \omega_2$;
2. l'insieme delle funzioni $f : \omega_1 \rightarrow \omega_1$;
3. l'insieme delle relazioni di equivalenza su ω_1 .

Esercizio 4. Dato un insieme infinito X totalmente ordinato esiste sempre una successione infinita strettamente crescente o strettamente decrescente di elementi di X ?

Esercizio 5. Dato un insieme infinito X parzialmente ordinato esiste sempre una successione infinita di elementi di X strettamente crescente, o strettamente decrescente, oppure composta di elementi a due a due inconfrontabili?