

October 30, 2014

ANALISI I BM - 2014-15 - ESERCIZI, FOGLIO 6.

Esercizio 1. Siano A e B due insiemi aperti di \mathbb{R} . Dimostrare che $A \cup B$ e $A \cap B$ sono aperti.

Esercizio 2. Sia A un sottoinsieme di \mathbb{R} . Dimostrare che A è aperto se e solo se il suo complementare $B := C_{\mathbb{R}}(A)$ è chiuso.

Esercizio 3. Sia $X \subset \mathbb{R}$, $X = (-\infty, 0) \cup \{1/n \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Determinare $Ch(X)$, $Int(X)$, $\mathcal{F}(X)$ e l'insieme dei punti isolati di X .

Esercizio 4. Sia $X = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Determinare la chiusura $Ch(X)$, la parte interna $Int(X)$ e la frontiera $\mathcal{F}(X)$.

Esercizio 5. Siano $X \subseteq \mathbb{R}$, $Y = C_{\mathbb{R}}(X)$ il suo insieme complementare. Dimostrare che essi hanno la stessa frontiera: $\mathcal{F}(X) = \mathcal{F}(Y)$.

Esercizio 6. Sia $X \subseteq \mathbb{R}$, dimostrare che $Ch(Int(X)) \subseteq Ch(X)$. Supponiamo che $Int(X)$ non sia vuota, è vero allora che $Ch(Int(X)) = Ch(X)$?