Ing.Biomedica- 2017-18

Analisi I
21 Luglio 2018

COMPITO A

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA .... VALUTAZIONE ..... + ... = ...

1. Istruzioni

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di* $0 \leq x \leq 10$ *punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che* $x \geq 6$. *In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di* $0 \leq y \leq 24$ *punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se* $x + y \geq 18$. *In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà* $v = \min(28, x + y)$.

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. Prima parte

Esercizio 0. (punti 0) Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (punti 3) Dire se il grafico della funzione

$$f(x) = \log(1 + e^{4x})$$

ammette o meno asintoti.

SOLUZIONE.

□ Il grafico della funzione ammette le seguenti rette come asintoti

□ Il grafico della funzione non ammette asintoti.

Giustificazione.

Esercizio 2. (punti 3)
Discutere, usando il principio di induzione, se per ogni $n \geq 1$

$$2^n \leq (n+1)!$$

SOLUZIONE.

Esercizio 3. (punti 4) Descrivere, motivando la risposta, i seguenti sottoinsiemi della retta reale dicendo per ognuno di essi se è un intervallo, se è limitato e, nel caso sia un intervallo, se gli estremi vi appartengono.

$$X_+ = \left\{x \in \mathbf{R} | \exists t \in \mathbf{R} \text{ tale che } \ (t^2+1)x = t^2\right\}$$
$$X_- = \left\{x \in \mathbf{R} | \exists t \in \mathbf{R} \text{ tale che } \ (t^2-1)x = t^2\right\}$$

SOLUZIONE.

3. Seconda parte

Esercizio 1. (punti 6)

(1) Determinare il più grande sottoinsieme C di $\mathbf{R}$ in cui la formula

$$f(x) = \left(x - n - \frac{1}{2}\right)^2 \text{ se } x \in [n, n+1], n \in \mathbb{N}$$

definisce una funzione continua.

(2) Determinare il più grande sottoinsieme aperto D di C in cui f sia derivabile.

(3) Determinare, se esistono, punti di minimo e massimo locali di f.

(4) Determinare, se esistono, punti di minimo e massimo assoluti di f.

(5) Calcolare l'area del sottografico nell'intervallo $[0, 5]$

SOLUZIONE.

(1) $C =$

(2) $D =$

(3)

(4)

(5)

Esercizio 2. (punti 6)
Si studi, nel suo insieme di definizione, la funzione

$$f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$$

e se ne tracci un grafico approssimativo.
SOLUZIONE.

Esercizio 3. (punti 6)
Determinare quanti numeri complessi nel quadrato del piano complesso di centro l'origine e con un vertice nel punto $8+8i$ sono tali che $e^z = e^3$.
SOLUZIONE.

Esercizio 4. (punti 6) Calcolare l'integrale dell'equazione differenziale

$$x'' - 4x' + 3x = e^{3x}$$

che in 0 vale 0 e la cui derivata in 0 vale 1
SOLUZIONE.