Ing. Biomedica - 2017-18

Analisi I

17 Febbraio 2018

Compito X

COGNOME .... **NOME** ....

MATRICOLA .... **VALUTAZIONE** .... + ... = ...

1. Istruzioni

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di* $0 \leq x \leq 10$ *punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che* $x \geq 6$. *In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di* $0 \leq y \leq 24$ *punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se* $x + y \geq 18$. *In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà* $v = \min(28, x + y)$.

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. Prima parte

Esercizio 0. (punti 0) Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (punti 3)
Sia a_n una successione tale che $\lim_{n\to+\infty} a_n = 2$. Determinare l'andamento per $n \to +\infty$ della successione $b_n = \cos(n\pi) + a_n$.
SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 3) Siano A, B , C insiemi finiti tali che $|A| = 3$, $|B| = 6$, $C \subset B$, $|C| = 3$. Sia $F = \{f : A \to B;\ f$è iniettiva e$f(A)$non è contenuta inC$\}$. Determinare $|F|$.
SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 4) Sia $X = \{2^x + 2^{-x}; x \in \mathbb{R}\}$. Determinare se linsieme X ammette estremo superiore o estremo inferiore finiti e in tal caso se si tratta del massimo o del minimo di X.
SOLUZIONE

3. Seconda parte

Esercizio 1. (punti 6) Si consideri la formula $f(x) = \log(1-x) + \sqrt{x}$.

a) Determinare il più grande sottoinsieme A di $\mathbb{R}$ tale che essa definisca una funzione $f : A \to \mathbb{R}$.
b) Determinare il pù grande sottoinsieme C di A tale che la restrizione di f su C sia continua.
c) Determinare il più grande sottoinsieme aperto D di $\mathbb{R}$ contenuto in C tale che la restrizione di f su D sia derivabile.
d) Determinare i punti di massimo o minimo locale di $f : A \to \mathbb{R}$ e specificare quali di questi sono punti di massimo o minimo assoluto.
f) Determinare gli eventuali asintoti del grafico di $f : A \to \mathbb{R}$.

SOLUZIONE

Esercizio 2. (punti 6) Si determini landamento per $n \to +\infty$ della successione:

$$a_n = \int_n^{n+1} \frac{3}{x^2+1} dx$$

SOLUZIONE

Esercizio 3. (punti 6) Determinare l'insieme dei numeri complessi $z \in \mathbb{C}$ tali che $e^z = i$ e $|z - \bar{z}| < 4$.
SOLUZIONE

Esercizio 4. (punti 6) Si consideri l'equazione differenziale

$$y" + y = 0.$$

Determinare se esistono soluzioni $y(x)$ tali che y è localmente crescente in un intorno di $x = 0$ e localmente decrescente in un intorno di $x = \pi/2$.
SOLUZIONE