December 3, 2014

ESEMPI DI APPROSSIMAZIONI TRAMITE POLINOMI DI TAYLOR

In questa scheda elenchiamo gli sviluppi di Taylor nell'origine, di ordine arbitrariamente grande, di alcune funzioni elementari. Il simbolo $\epsilon(x)$ indicherà una qualche funzione avente la proprietà che $\lim_{x\to 0} \epsilon(x) = 0$; $n \in \mathbb{N}$.

- $e^x = 1 + x + \dfrac{x}{2!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!} + x^n \epsilon(x)$.
- $\sin(x) = x - \dfrac{x^3}{3!} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + x^{2n+1}\epsilon(x)$.
- $\cos(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n}\epsilon(x)$.
- $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \cdots + \dfrac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n + x^n\epsilon(x)$.
- $\arctan(x) = x - \dfrac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1} + + x^{2n+1}\epsilon(x)$.
- $\dfrac{1}{1+x^2} = 1 - x + x^4 + \cdots + (-1)^n x^{2n} + x^{2n}\epsilon(x)$.
- $\log(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + x^{n+1}\epsilon(x)$.
- $\dfrac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 + \cdots + (-1)^n x^n + x^n\epsilon(x)$.
- $\arcsin(x) = x + \dfrac{x^3}{6} + \cdots + \dfrac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2^n n!} \dfrac{x^{2n+1}}{2n+1} + x^{2n+1}\epsilon(x)$.
- $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \dfrac{x^2}{2} + \cdots + \dfrac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2^n n!} x^{2n} + x^{2n}\epsilon(x)$.