**Ing. Biomedica - 2017-18**

**Analisi I CORSO A**
**13 Gennaio 2018**

**Compito Y**

**COGNOME** .................... **NOME** ........................

**MATRICOLA** .................. **VALUTAZIONE** .... + .... = .....

## 1. Istruzioni

*Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo;* **solo questo sarà ritirato e valutato.** *I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di* $0 \le x \le 10$ *punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che* $x \ge 6$. *In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di* $0 \le y \le 24$ *punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se* $x + y \ge 18$. *In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà* $v = \min(28, x + y)$.

**Attenzione.**Tutte le risposte devono essere giustificate.

## 2. Prima parte

**Esercizio 0. (punti 0)** Leggere e capire le istruzioni.

**Esercizio 1. (punti 3)** Determinare se esistono il massimo, il minimo, l'estremo superiore e l'estremo inferiore dell' insieme

$$X = \{x \in \mathbb{R} |\ x = 2 + \cos(\frac{1}{n}),\ n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

SOLUZIONE

**Esercizio 2. (punti 5)** Si consideri la funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da
$$f(x)=\min\{e^x,e^{-x}\}$$
.

a) Determinare il più grande sottoinsieme $C$ di $\mathbb{R}$ tale che la restrizione di $f$ su $C$ sia continua.
b) Determinare il più grande sottoinsieme $D$ di $C$ tale che la restrizione di $f$ su $D$ sia derivabile.
c) Determinare se esistono punti di massimo e minimo locale di $f$ su $\mathbb{R}$.
d) Determinare se esistono i punti di massimo e minimo assoluto della restrizione di $f$ su sullintervallo $[1,2]$.

SOLUZIONE

**Esercizio 3. (punti 2)** Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, giustificando la risposta:

a) "Siano $x,y\in\mathbb{R}$; allora $x^3=y^3$ solo se $x=y$.
b) "Siano $z,w\in\mathbb{C}$; allora $z^3=w^3$ solo se $z=w$.

SOLUZIONE

## 3. Seconda parte

**Esercizio 1. (punti 4)** Utilizzando direttamente la definizione di limite verificare che

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{2+x}{x-1} = -\infty \ .$$

SOLUZIONE

**Esercizio 2. (punti 8)** Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x - 1 + \sin(x)$.

a) Dimostrare che esiste ed è unico $x_0 \in \mathbb{R}$ tale che $f(x_0) = 0$ e che tale $x_0 > 0$.
b) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo locale di $f$.
c) Determinare se esistono asintoti obliqui di $f$.

SOLUZIONE

**Esercizio 3. (punti 4)** Determinare tutte le soluzioni $z \in \mathbb{C} \setminus \{-i\}$ dellequazione

$$\left(\frac{z+1}{z+i}\right)^4 = 1 \ .$$

SOLUZIONE

**Esercizio 4. (punti 8)** Determinare le soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y' - y = \frac{x^2}{x^2+1} e^x$$

tali che $y(0) = 1$.
SOLUZIONE