

CORSO: **Analisi Matematica I**

DOCENTI: **Giovanni Alberti (titolare), Vincenzo M. Tortorelli**

CORSO DI STUDIO: **Ingegneria Gestionale (primo livello, ex lege 270)**

COLLOCAZIONE: **primo semestre del primo anno**

CODICE ESAME: **004AA**

NUMERO DI CREDITI: **12**

NUMERO DI ORE: **120**

ANNO ACCADEMICO: **2012-13**

**Obiettivi formativi.** Alla fine del corso lo studente deve avere una buona conoscenza teorica ed operativa del calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una variabile e delle equazioni differenziali lineari.

### **Programma del corso [versione: 15 dicembre 2012]**

Sono riportati in corsivo gli argomenti non fondamentali.

#### 1. FUNZIONI E GRAFICI

- 1.1 Richiamo delle nozioni di base di trigonometria.
- 1.2 Funzioni e grafici di funzioni: dominio di definizione, immagine, funzione inversa; funzioni crescenti e decrescenti. Funzioni elementari: funzioni lineari, potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche (seno, coseno, tangente) e funzioni trigonometriche inverse.
- 1.3 Operazioni sui grafici di funzioni. Interpretazione di equazioni e disequazioni in termini di grafici di funzioni.

#### 2. NUMERI REALI, SUCCESSIONI, LIMITI, CONTINUITÀ

- 2.1 Numeri interi, razionali e reali. *Completezza dei numeri reali.*
- 2.2 Successioni e limiti di successioni. Limite infinito. Proprietà elementari dei limiti.
- 2.3 Limiti di funzioni. Continuità: definizione e significato. *Esistenza del minimo e del massimo di una funzione continua su un intervallo chiuso.*

#### 3. DERIVATE

- 3.1 Derivata di una funzione: definizione e significato geometrico. Interpretazioni fisiche: velocità e accelerazione.
- 3.2 Derivate delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle derivate.
- 3.3 Teorema di Lagrange. Segno della derivata e monotonia. Segno della derivata seconda e convessità. Individuazione dei punti di massimo e di minimo di una funzione. Uso delle derivate per disegnare il grafico di una funzione.
- 3.4 Funzioni asintoticamente equivalenti (vicino ad un punto assegnato). Trascurabilità di una funzione rispetto ad un'altra. Notazione di Landau ("o piccolo" e "o grande"). Parte principale di una funzione (all'infinito e in zero).
- 3.5 Teorema di Cauchy. Sviluppo di Taylor (in zero) di una funzione. Formula del binomio di Newton. Uso degli sviluppi di Taylor per il calcolo dei limiti e delle parti principali.
- 3.6 Teoremi di de l'Hôpital. Confronto tra i comportamenti asintotici di esponenziali, potenze e logaritmi all'infinito ed in zero.

#### 4. INTEGRALI

- 4.1 Definizione dell'integrale definito di una funzione in termini di area del sottografico. Approssimazione dell'integrale tramite somme finite. Un'interpretazione fisica dell'integrale.
- 4.2 Primitiva di una funzione e prima versione del teorema fondamentale del calcolo integrale.
- 4.3 Primitive delle funzioni elementari e regole per il calcolo delle primitive (integrali indefiniti) e degli integrali definiti.
- 4.4 Calcolo delle aree delle figure piane. Calcolo dei volumi delle figure solide. Lunghezza di un cammino nel piano e nello spazio.
- 4.5 Integrali impropri di funzioni positive. Criterio del confronto e del confronto asintotico.
- 4.6 Integrali impropri di funzioni a segno variabile: convergenza e convergenza assoluta.

#### 5. SERIE

- 5.1 Serie a termini positivi. Esempi fondamentali. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi: criterio del confronto, del confronto asintotico, della radice, dell'integrale.

- 5.2 Serie a segno variabile; convergenza e convergenza assoluta.  
5.3 *Sviluppo in serie di Taylor della funzione  $e^x$  ed espressione della costante di Nepero e come serie. Espressione di  $\pi$  come serie.*

## 6. EQUAZIONI DIFFERENZIALI

- 6.1 Esempi di equazioni differenziali tratti dalla meccanica. Significato dei dati iniziali.  
6.2 Equazioni a variabili separabili. Equazioni lineari del primo ordine. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenee e non omogenee.  
6.3 *Equazione dell'oscillatore armonico semplice, smorzato e forzato. Risonanza.*

**Prerequisiti.** Una solida conoscenza delle parti *essenziali* del programma di matematica comune alla maggior parte delle scuole superiori. All'inizio del corso è previsto un veloce ripasso di alcuni argomenti fondamentali (grafici di funzioni, nozioni elementari di trigonometria, etc.).

**Mailing list e pagina web del corso.** Le comunicazioni riguardanti corso ed esami vengono inviate per posta elettronica a chi si è iscritto alla mailing list del corso, e pubblicizzate sulla pagina web del docente: <http://www.dm.unipi.it/~alberti/>. Su tale pagina saranno disponibili i testi e le soluzioni delle varie prove d'esame.

**Appelli ed esami.** L'esame è suddiviso in una prova scritta ed una prova orale. La prova scritta consta di una prima parte con diverse domande elementari a cui rispondere in un'ora senza giustificare le risposte, ed una seconda con due o tre problemi a cui dare una soluzione articolata e motivata in dettaglio, avendo a disposizione circa due ore. Per l'ammissione alla prova orale è necessaria la sufficienza in entrambe le parti dello scritto; la prova orale va sostenuta nello stesso appello della prova scritta. Non è previsto l'uso di libri di testo, appunti o calcolatrici programmabili.

Durante il corso verranno svolte due prove in itinere (compitini) che sostituiscono la prova scritta del primo appello. In tutto l'anno accademico sono previsti sette appelli d'esame (indicativamente a giugno, luglio, settembre, gennaio e febbraio). Gli studenti interessati a sostenere l'esame in un dato appello sono pregati di iscriversi online seguendo le istruzioni sulla pagina web del docente o andando direttamente all'apposita pagina, raggiungibile dal sito web del corso di laurea.

**Testi di riferimento.** Il corso non segue esattamente alcun testo particolare e si raccomanda quindi di frequentare le lezioni. Gli argomenti svolti nel corso sono comunque presenti, a diversi livelli di approfondimento, in tutti i libri di testo per il primo corso di Analisi Matematica a livello universitario; tra questi si segnalano i seguenti:

- Emilio Acerbi, Giuseppe Buttazzo: *Analisi matematica ABC. Volume 1: funzioni di una variabile* (Pitagora, Bologna, 2003).
- Alessandro Faedo, Luciano Modica: *Analisi I. Lezioni* (Unicopli, Milano, 1992);
- Marina Ghisi, Massimo Gobbino: *Schede di analisi matematica* (Esculapio, Bologna, 2010). Quest'ultimo è un buon compendio delle nozioni fondamentali, ma non sostituisce completamente un libro di testo per quanto riguarda la parte teorica del corso.

Esistono inoltre molti eserciziari, tutti più o meno equivalenti. Detto questo, si raccomanda caldamente di seguire le esercitazioni.