[versione: 1 giugno 2007]

CORSO: **Teoria Geometrica della Misura**
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA: **Matematica**
ANNO ACCADEMICO: **2006/07**
DOCENTE: **Giovanni Alberti**

Programma del corso

(Gli argomenti in corsivo sono stati solo accennati.)

1. Riepilogo delle proprietà fondamentali delle misure finite (sui Boreliani). Regolarità, decomposizione di Hahn, teorema di Radon-Nikodym, misure a valori reali e vettoriali, dualità con le funzioni continue (teorema di Riesz).
2. Misure esterne su uno spazio metrico, misurabilità secondo Caratheodory, misurabilità dei Boreliani.
3. Misura e dimensione di Hausdorff. Proprietà essenziali della misura di Hausdorff. La misura di Hausdorff d-dimensionale coincide su $\mathbb{R}^d$ con la misura di Lebesgue.
4. Misure di Haar, e misure invarianti rispetto all'azione di un gruppo.
5. Definizioni alternative di misura k-dimensionale per insiemi in $\mathbb{R}^n$: contenuto di Minkowski e misura integralgeometrica.
6. Formule di area e coarea per mappe di classe C^1.
7. Teoremi di ricoprimento di Besicovitch e Vitali, ed applicazioni: esistenza dei punti di densità per un insieme, e dei punti di continuità approssimata per una funzione L^p.
8. Proprietà di densità delle misure di Hausdorff. *Frattali autosimili secondo Hutchinson.*
9. Funzioni Lipschitziane, lemma di estensione di McShane, differenziabilità quasi ovunque (teorema di Rademacher), *proprietà di Lusin, formule di area e coarea.*
10. Insiemi rettificabili k-dimensionali, fibrato tangente approssimato in senso approssimato.
11. *Alcuni criteri di rettificabilità: via spazio tangente, via proiezioni (teorema di struttura di Federer), via densità (teoremi di Marstrand e Preiss).*
12. k-vettori in $\mathbb{R}^n$, k-vettori semplici e loro interpretazione geometrica. Orientazione di una superficie regolare, orientazione canonica del bordo.
13. k-covettori, k-forme, differenziale esterno, pull-back di una k-forma, teorema di Stokes.
14. Definizione di corrente, bordo e massa. Correnti normali, rettificabili, intere, poliedrali. Teoremi di compattezza per correnti normali e correnti intere. Soluzione del problema di Plateau nell'ambito delle correnti intere.
15. Norma flat e sue principali proprietà. Operazioni di base sulle correnti: prodotto, push-forward, costruzione del cono su una corrente assegnata, slicing.
16. Teorema di deformazione poliedrale. *Approssimazione in massa, disuguaglianza isoperimetrica.*
17 *Caratterizzazione delle correnti rettificabili via slicing (teorema di White, Ambrosio-Kirchheim, Jerrard).*
18. *Dimostrazione del teorema di rettificabilità del bordo e del teorema chiusura delle correnti intere (teoremi di Federer-Fleming).*

Appelli ed esami. L'esame si compone di un seminario su un argomento scelto in accordo con il docente, e di un orale sugli argomenti fondamentali del corso. Le date degli esami vengono concordate sepasratamente con i singoli studenti.

Bibliografia

S.G. Krantz, H.R. Parks: *Geometric Integration Theory.* In corso di stampa.

L. Simon: *Lectures on Geometric Measure Theory.* Proccedings of the Centre for Mathematical Analysis, vol. 3. Australian National University, 1983.

F. Morgan: *Geometric Measure Theory. A beginner's guide.* Academic Press, San Diego, 1988.

P. Mattila: *Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability.* Cambridge University Press, Cambridge 199 5.

K. Falconer: *The Geometry of Fractal Sets.* Cambridge University Press, Cambridge 1985.