

Modelli matematici ambientali

Lista di esercizi n. 4

1. Risolvere le seguenti equazioni differenziali a variabili separabili:

$$(i) y' = xy^2; \quad (ii) y' = y^{2/3}; \quad (iii) y' = \frac{x}{1 + \log y};$$

$$(iv) y' = \log x \sin y; \quad (v) y' = x \left(1 + \frac{1}{y}\right); \quad (vi) xyy' = y - 1;$$

$$(vii) y' = \frac{\log x \cos y}{x \sin 2y}; \quad (viii) y' = \frac{x - xy^2}{y + x^2y}; \quad (ix) y' = e^{-y+e^y}.$$

2. Risolvere le seguenti equazioni differenziali lineari:

$$(i) y' = -\frac{y}{1+x^2} + x - 2; \quad (ii) y' = -2xy + xe^{-x};$$

$$(iii) y' = -\tan x \cdot y + \sin x; \quad (iv) y' = \frac{2}{x} \cdot y + x;$$

$$(v) y' = \frac{y}{1-x^2} + 1 - x; \quad (vi) y' = -\frac{y}{x} - \frac{e^{-x}}{x}.$$

3. Risolvere le seguenti equazioni differenziali di Bernoulli:

$$(i) y' = 2y - 3y^2; \quad (ii) y' = -2xy + x^3y^3;$$

$$(iii) y' = \frac{xy^3 + x^2}{y^2}; \quad (iv) y' = \frac{4}{x}y + x\sqrt{y};$$

$$(v) 2xyy' - y^2 = x = 0; \quad (vi) 3xy' = y(1 + x \sin x) - 3y^4 \sin x.$$

4. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$(i) y' = \frac{y}{x} - 1; \quad (ii) x^2y' = y(x - y);$$

$$(iii) y' = \frac{xy^3 + x^2}{y^2}; \quad (iv) (2x - y + 4)y' + (x - 2y + 5) = 0;$$

$$(v) y' = \frac{1 - 3x - 3y}{1 + x + y}; \quad (vi) y' = \frac{x + 2y + 1}{2x + 4y + 3}.$$

5. Risolvere le seguenti equazioni lineari del secondo ordine:

$$(i) y'' - 2y' + 2y = 0, \quad (ii) y'' + 4y = \tan 2x,$$

$$(iii) y'' - y = xe^x, \quad (iv) y'' + 6y' + 9y = e^{-x}/x,$$

$$(v) y'' + y = x \cos x, \quad (vi) y'' + 4y' + 4y = e^x + e^{-x},$$

$$(vii) y'' - 2y' + 2y = x \cos x, \quad (viii) y'' - 3y' + 2y = 2x^3,$$

$$(ix) y'' + 4y' = x^2 + 1, \quad (x) y'' + y' + y = e^x.$$