Programma di "Elementi di Analisi matematica"
Docente: Paolo Acquistapace
Anno Accademico 2008-09
Laurea triennale - Anno di Corso: 1. - Semestre I
Numero crediti: 14

CONTENUTI DELL'INSEGNAMENTO

Alfabeto greco. Numeri naturali, interi, razionali; definizione assiomatica dei numeri reali. Estremo superiore ed estremo inferiore. Valore assoluto, radice n-sima. Insiemi limitati, limitati inferiormente, limitati superiormente. Intervalli di R. Principio degli intervalli incapsulati. I naturali come minimo insieme induttivo, illimitatezza dei naturali, densita` dei numeri della forma kx+h quando x e` razionale. Principio di induzione, formula di Newton per il binomio, disuguaglianza delle medie. Numeri complessi, radici n-sime.
Successioni e serie: limiti, forme indeterminate, monotonia, serie geometrica, serie armonica; serie esponenziale; il numero e. Sviluppi decimali e binari. Non numerabilita` dei reali. Criteri di convergenza per serie a termini positivi. Convergenza assoluta, criterio di Leibniz. formula di somma per parti di Abel. Sottosuccessioni, teorema di Bolzano-Weierstrass, successioni di Cauchy; completezza dei reali. Punti limite, massimo e minimo limite. Serie di potenze: raggio di convergenza, legame della somma con i coefficienti. Calcolo della somma della serie esponenziale; esponenziale complessa, formula di Eulero, sviluppi di sin x e cos x. Riordinamento di serie, raggruppamento dei termini di una serie, prodotto di Cauchy di serie.
Funzioni reali di variabile reale: funzioni monotone, pari, dispari, periodiche; funzione inversa; visualizzazione grafica di alcune trasformazioni. Topologia di R: intorni, punti d'accumulazione, punti isolati. Continuita`; definizione di limite; algebra e ordinamento per i limiti. Asintoti di una funzione. Proprieta` delle funzioni continue: teorema di Weierstrass, teorema degli zeri e dei valori intermedi, continuita` dell'inversa. Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica; derivata di funzioni composte; derivata della funzione inversa; funzioni trigonometriche inverse; derivabilita` delle serie di potenze, principio di identita`, sviluppo del logaritmo e dell'arcotangente, serie binomiale, sviluppo dell'arcoseno e del settore seno iperbolico. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange. Segno della derivata prima e monotonia.
Derivate parziali, derivate direzionali, differenziabilita`, teorema del differenziale totale, piano tangente al grafico, differenziabilita` di funzioni composte. Derivate successive, teorema di Schwarz (enunciato) e controesempio. Massimi e minimi relativi, punti di flesso. Matrice Hessiana; forme quadratiche, massimi e minimi relativi in piu` variabili, punti di sella.
Insiemi convessi, funzioni convesse, positivita` della derivata seconda e convessita`. Analisi qualitativa del grafico di una funzione.
Confronto di infinitesimi e di infiniti, teoremi di de l'Hopital. Formula di Taylor, rappresentazione del resto, applicazioni al calcolo dei limiti. Sviluppi di Taylor delle funzioni elementari. Legame fra serie di potenze e sviluppi di Taylor, funzioni analitiche. Un esempio di funzione non analitica.
L'integrale: proprieta`, funzioni integrabili, integrabilita` delle funzioni monotone e delle funzioni continue; teorema fondamentale del calcolo integrale, funzioni primitive; calcolo degli integrali, integrazione per parti e per sostituzione. Funzioni iperboliche.
Integrali impropri: definizioni, proprieta`, teorema di confronto, criterio integrale per la convergenza delle serie.
Equazioni differenziali: nomenclatura, problema di Cauchy; risoluzione esplicita di alcuni tipi di equazioni del primo ordine. Equazioni lineari omogenee del secondo ordine: risoluzione di quelle a coefficienti costanti e di Eulero; equazioni lineari del secondo ordine non omogenee: metodo di variazione delle costanti, caso di termine noto di forma particolare.

PREREQUISITI
Nessuno, a parte la preparazione di base fornita dalle scuole superiori.

TESTI DI RIFERIMENTO
Ci sono degli "appunti di Analisi I" sul sito http://www.dm.unipi.it/~acquistp/mate.html .
In alternativa, qualunque libro di testo universitario va bene: ad esempio G.Prodi, Analisi matematica, ed. Boringhieri, oppure E.Giusti, Analisi matematica 1, ed. Boringhieri, od anche E.Acerbi e G.Buttazzo, Primo corso di Analisi matematica, ed. Pitagora. Comunque e` sufficiente frequentare le lezioni prendendo bene gli appunti. Una buona fonte di esercizi e` data, ad esempio, dai due volumi di P.Marcellini e C.Sbordone, Esercitazioni di matematica I, parte prima e parte seconda, ed. Liguori, ma nella biblioteca si trovano una gran quantita` di libri di esercizi che vanno altrettanto bene.

OBIETTIVI FORMATIVI
Fornire allo studente i principi e i metodi dell'analisi matematica di base, ed allo stesso tempo una buona dimestichezza nel fare calcoli.

METODI DIDATTICI
Sono previste tre ore di lezione e tre di esercitazione alla settimana: di queste ultime, una (a cura di Andrea Carpignani) e` espressamente dedicata a coloro che hanno qualche lacuna di base, o per aver fatto una scuola superiore diversa dal liceo scientifico, o per aver avuto un cattivo risultato al test di ingresso. Le altre due ore (a cura di Carlo Carminati) sono esercitazioni parallele al corso. Si consiglia caldamente a tutti, almeno all'inizio del corso, la frequenza a tutte e tre le ore di esercitazione. Naturalmente tutti e tre i docenti saranno a disposizione degli studenti per almeno due ulteriori ore settimanali di ricevimento, in orario da concordare.

MODALITA' DI VERIFICA DELL'APPRENDIMENTO
L'esame si compone di una prova scritta (3 esercizi da svolgere in 3 ore) e di una prova orale (domande teoriche ed eventualmente esercizi). Durante il corso si svolgeranno 3 compitini (prove in itinere) che servono ad esonerare dalla prova scritta, con modalita` da stabilire. Durante l'anno accademico sono previsti 5 appelli d'esame.

ALTRE INFORMAZIONI
Nessuna.