Nome: **Matricola:**

ALGEBRA LINEARE

Quarto appello 11/06/2019

Esercizio 1

Sia T un endomorfismo di $\mathbb{R}^4$ che manda vettori ortogonali in vettori ortogonali.

- Dimostrare che T è un isomorfismo.
- Si domanda se T conservi il prodotto scalare.

Giustificare le risposte.

Esercizio 2.

Sia A una matrice con n righe e n colonne a coefficienti reali. Si supponga che il polinomio caratteristico di A sia $(3-x)^n$.

1. Calcolare gli autovalori di A.

2. Dimostrare che se A è simmetrica allora $A = 3I$.

3. Dimostrare che in ogni caso $(A-3I)^n = 0$.

Esercizio 3.

- Costruire, se esiste un' applicazione lineare $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ con le seguenti proprietà:

  1. T non sia né l'identità né l'applicazione nulla.
  2. Il sottospazio $U = \{x_1 = x_3, x_2 = x_4\}$ sia invariante per T.
  3. Il sottospazio $V = U^\perp$ sia invariante per T
  4. Gli autovalori di T siano almeno due e tutti reali.

- Dimostrare che sia la restrizione di T a U sia la restrizione di T a V sono triangolabili.