

Nome:

Matricola:

ALGEBRA LINEARE

Terzo appello 23/02/2017

Esercizio 1

Dire quali fra le seguenti applicazioni sono applicazioni lineari, motivando la risposta.

1. $V = M(n, \mathbb{R})$, $f : V \rightarrow V$ definita da $f(A) = \text{tr}(A)(A^T)$.
2. $V = \mathbb{R}_4[x]$, $f : V \rightarrow V$ definita da $f(p(x)) = p(3x + 1)$.
3. $V = M(n, \mathbb{R})$, $f : V \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(A) = \det(A)$.

Esercizio 2.

Sia A una matrice con n righe e n colonne a coefficienti reali. Si supponga che il polinomio caratteristico di A sia $(2 - x)^n$.

1. Dimostrare che se A è simmetrica allora $A = 2I$.
2. Dimostrare che in ogni caso $(A - 2I)^n = 0$.

Esercizio 3. Sia

$$M_a = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 & 2 \\ -1 & -1 & a^2 - 2 & 0 \\ 0 & a - 1 & 2 & 2 - a \end{pmatrix}$$

la matrice di un sistema lineare con colonna dei termini noti $(0, b, 0, b - 1)^T$, dove a, b sono parametri reali.

1. Per ogni valore dei parametri a, b discutere la risolubilità del sistema e il numero di soluzioni.
2. Per $a = 1$ determinare una base dello spazio delle soluzioni del sistema omogeneo $M_1 X = 0$