Nome: **Matricola:**

ALGEBRA LINEARE

Primo appello 16/01/2018

Esercizio 1

Si considerino gli insiemi seguenti e per ognuno di essi si dica se sono spazi vettoriali oppure no, motivando ogni risposta.

1. $S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 = 1\}$
2. $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x - 1)^2 + y^2 = 1\}$
3. $S_3 = \{(x, y) \in \mathbb{C}^2 | y = ix\}$
4. $S_4 =\{$ matrici nxn con determinante nullo$\}$
5. $S_5 = \{$ matrici nxn con traccia nulla $\}$
6. $S_6 = \{x \in \mathbb{R}^3 | < x, e_1 >= 0\}$

Si consideri infine l'insieme $S_7 = \{t \in \mathbb{R} | t > 0\}$ dotato delle operazioni

1. $t_1 \oplus t_2 = t_1 t_2$
2. $a \odot t = t^a$

Dire se queste operazione danno a S_7 la struttura di spazio vettoriale su $\mathbb{R}$. In caso affermativo darne una base.

Esercizio 2.

Sia A una matrice quadrata a coefficienti reali. Sapendo che A è diagonalizzabile e che i suoi autospazi $V_{\lambda_1}, \ldots, V_{\lambda_k}$ sono in somma diretta ortogonale (ossia tutti gli autospazi sono ortogonali fra loro) dimostrare che A è simmetrica.

Esercizio 3. Si consideri lo spazio vettoriale $V = \mathbb{R}_3[x] = \{$polinomi di grado minore o uguale a 3$\}$. Sia $f : V \to V$ così definita:

$$f(p(x)) = (x+1)p'(x)$$

Si chiede

- Se f è lineare.
- Se la risposta è affermativa se f è triangolabile.
- Se la risposta è affermativa se f è diagonalizzabile
- Se f è diagonalizzabile trovare in V una base di autovettori per f.