

GEOMETRIA 2
Compito del 21 Giugno 2016

Esercizio 1.

Sia $p : E \rightarrow X$ un rivestimento. Si consideri su E la relazione di equivalenza ρ definita da $a \rho b$ se e solo se $p(a) = p(b)$.

Sia Y lo spazio delle classi di equivalenza di ρ con la topologia quoziente.

Dimostrare che Y è omeomorfo a X .

Esercizio 2.

Sia $T = S^1 \times S^1$ un toro realizzato in \mathbb{R}^3 come toro di rotazione attorno all'asse delle z e sia r una retta parallela all'asse delle z che incontri T in due punti.

Sia $X = T \cup r$. Calcolare il gruppo fondamentale di X .

Esercizio 3.

Sia f una funzione continua sul disco unitario chiuso $\overline{D} = \{|z| \leq 1\}$, olomorfa in $D = \{|z| < 1\}$. Si supponga $\operatorname{Re} f(z) = 0$ per ogni z di modulo 1.

- (1) Dimostrare che f ha un'estensione olomorfa su tutto il piano complesso.
- (2) Dimostrare che f è una costante immaginaria.