Geometria proiettiva – A.A. 2009/2010
Secondo compitino – 18 dicembre 2009

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 1
Considerate la quadrica affine $Q_{\lambda,\mu}$ in $\mathbf{R}^3$ seguente

$$Q_{\lambda,\mu} = \{x^2 + y^2 + 6z^2 + 4xy + 6xz + 6yz - 6x - 2\lambda y - 12z + \mu = 0\}$$

dipendente da due parametri reali $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$.

(1) Per quali valori dei parametri λ e μ la quadrica è a centro?
(2) Per i valori di λ e μ in cui esiste, determinare un centro di $Q_{\lambda,\mu}$.
(3) Per i valori λ e μ in cui la quadrica è a centro, determinare il tipo affine di $Q_{\lambda,\mu}$.

Soluzione.

Geometria proiettiva – A.A. 2009/2010
Secondo compitino – 18 dicembre 2009

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 2
Determinare delle equazioni cartesiane per la retta r in $\mathbb{P}^3(\mathbf{R})$ passante per i punti

$$P = [0,1,0,1], \quad Q = [1,0,1,0].$$

Sia inoltre s la retta passante per i punti

$$R = [1,1,0,0], \quad S = [1,-1,1,0].$$

Determinare se esiste una proiettività f tale che $f(r) = s$ e $f(s) = r$. Se esiste, scrivere esplicitamente una matrice 4×4 che la determina.

Soluzione.

Fatto a lezione

1 $\begin{cases} x_0 = x_2 \\ x_1 = x_3 \end{cases}$ ← qst sono eq. cartesiane

P e Q soddisfano

SCRIVO LA MAT $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ Qst ha rg 4

P Q R S

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & \cancel{1} & 2 \end{pmatrix}$$

rg 4

Geometria proiettiva – A.A. 2009/2010
Secondo compitino – 18 dicembre 2009

COGNOME E NOME:

MATRICOLA:

Esercizio 3
Siano r e s due rette distinte nel piano proiettivo reale $\mathbb{P}^2(\mathbf{R})$.

(1) Gli spazi topologici r e $r \cup s$ sono omeomorfi?

(2) Quante sono le componenti connesse di $\mathbb{P}^2(\mathbf{R}) \setminus (r \cup s)$?

Si chiede ovviamente di motivare le risposte.

Soluzione.

Fatto a lezione

x ricordare che è una retta euclidea

$$\mathbb{P}^2 \setminus r\cup s = (\mathbb{P}^2 \setminus r) \setminus s = \mathbb{R}^2 \setminus (s \cap \mathbb{R}^2) \Rightarrow$$ le comp. connesse sono 2

$$\mathbb{P}^2 \setminus r = \mathbb{R}^2$$

è retta proiettiva (x' gli ho tolto un pto all'∞ perché $\mathbb{P}^2 \setminus r$) ?

$\Rightarrow$ è retta euclidea