

GEOMETRIA 2
Compito del 12 Settembre 2014

Esercizio 1. Si considerino in \mathbb{R}^3 due rette distinte r ed s nel piano $z = 1$.

- (1) Esiste una quadrica Q che le contiene entrambe?
- (2) Discutere, al variare delle rette, la possibilità di avere una quadrica non degenera che le contiene entrambe.

Esercizio 2.

Una applicazione $f : X \rightarrow Y$ continua tra due spazi topologici di Hausdorff e localmente compatti si dice *semiproprio* se per ogni compatto $K \subset Y$ esiste un compatto $L \subset X$ tale che $f(L) = f(X) \cap K$.

- (1) Una applicazione propria è semiproprio?
- (2) Una applicazione semiproprio è una applicazione chiusa?
- (3) $f(X)$ è un chiuso di Y se f è semiproprio?
- (4) Sia $f : X \rightarrow Y$ una applicazione semiproprio e F un chiuso di X : la restrizione $f|_F : F \rightarrow Y$ è semiproprio?

Esercizio 3.

Sia U un aperto connesso di \mathbb{C} e $f : U \rightarrow \mathbb{C}$ una funzione olomorfa non costante. Dimostrare che:

- (1) $V = f(U)$ è un aperto di \mathbb{C} .
- (2) Ci sono un aperto $U' \subset U$ e un aperto $V' = f(U') \subset V$ tali che f ristretta ad U' è un omeomorfismo locale tra U' e V' .
- (3) Per ogni $x_0 \in U$ c'è un intorno aperto A di x_0 tale che $f|_{A \setminus \{x_0\}} : A \setminus \{x_0\} \rightarrow f(A) \setminus \{f(x_0)\}$ è un rivestimento a fibra finita.