

Il paradosso EPR e le disuguaglianze di Bell

Alberto Abbondandolo

abbondandolo@dm.unipi.it

<http://www.dm.unipi.it/~abbondandolo/>

La meccanica quantistica

- 1900 - Per spiegare la radiazione di corpo nero, Max Planck propone un'ipotesi “disperata”: la luce è composta di particelle indivisibili, i fotoni, ciascuna delle quali possiede un'energia proporzionale alla frequenza.

La meccanica quantistica

- 1900 - Per spiegare la radiazione di corpo nero, Max Planck propone un'ipotesi "disperata": la luce è composta di particelle indivisibili, i fotoni, ciascuna delle quali possiede un'energia proporzionale alla frequenza.
- 1905 - Albert Einstein usa l'ipotesi quantistica di Plank per spiegare l'effetto fotoelettrico.

La meccanica quantistica

- 1900 - Per spiegare la radiazione di corpo nero, Max Planck propone un'ipotesi “disperata”: la luce è composta di particelle indivisibili, i fotoni, ciascuna delle quali possiede un'energia proporzionale alla frequenza.
- 1905 - Albert Einstein usa l'ipotesi quantistica di Plank per spiegare l'effetto fotoelettrico.
- 1913 - Niels Bohr propone un modello dell'atomo in cui gli elettroni possono avere solo determinati livelli energetici.

La meccanica quantistica

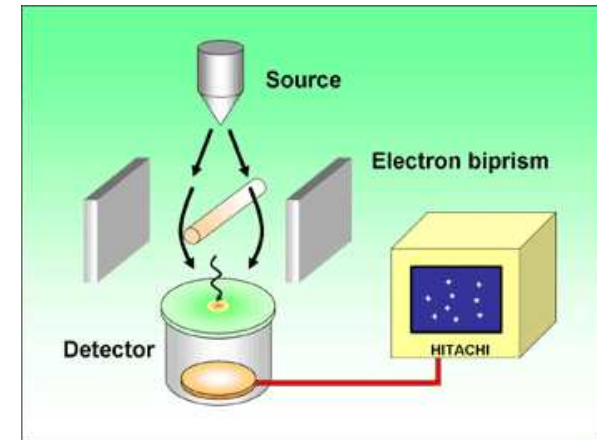
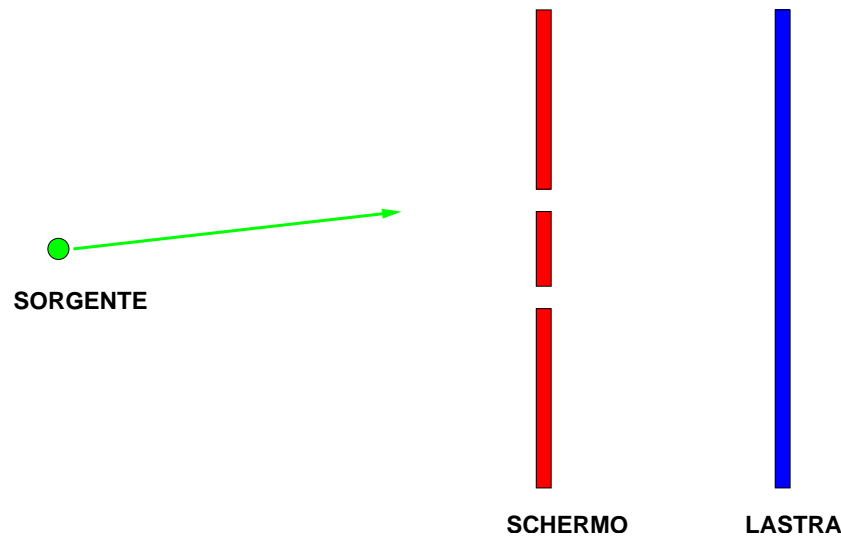
- 1900 - Per spiegare la radiazione di corpo nero, Max Planck propone un'ipotesi “disperata”: la luce è composta di particelle indivisibili, i fotoni, ciascuna delle quali possiede un'energia proporzionale alla frequenza.
- 1905 - Albert Einstein usa l'ipotesi quantistica di Plank per spiegare l'effetto fotoelettrico.
- 1913 - Niels Bohr propone un modello dell'atomo in cui gli elettroni possono avere solo determinati livelli energetici.
- 1926 - Werner Heisenbeg e Paul Dirac, e per altra via Louis de Broglie e Erwin Schrödinger formulano le equazioni matematiche della meccanica quantistica.

L'esperimento della doppia fenditura

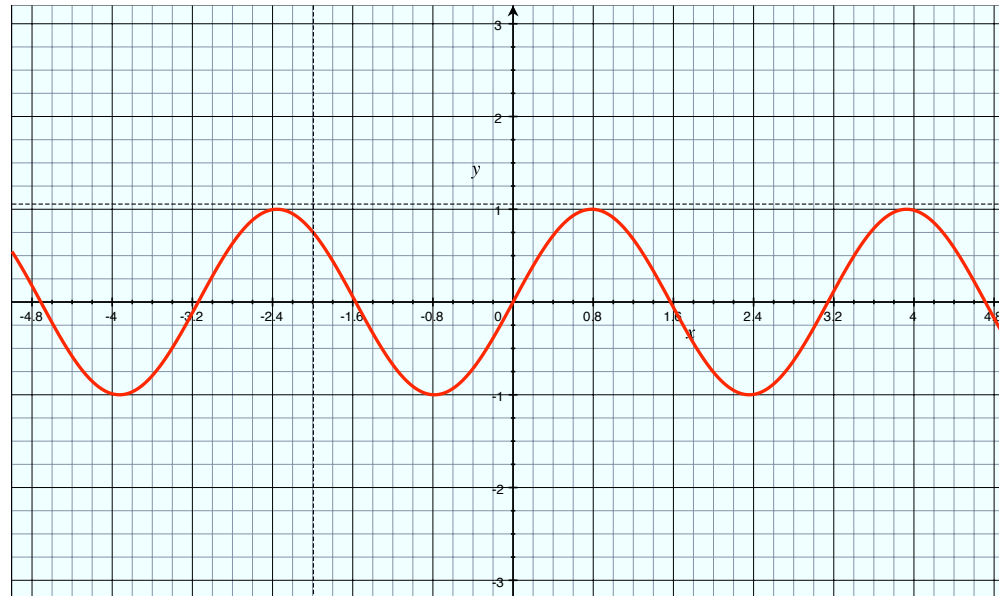
- Nel 1915 sir Geoffrey Ingram Taylor esegue l'esperimento seguente.

L'esperimento della doppia fenditura

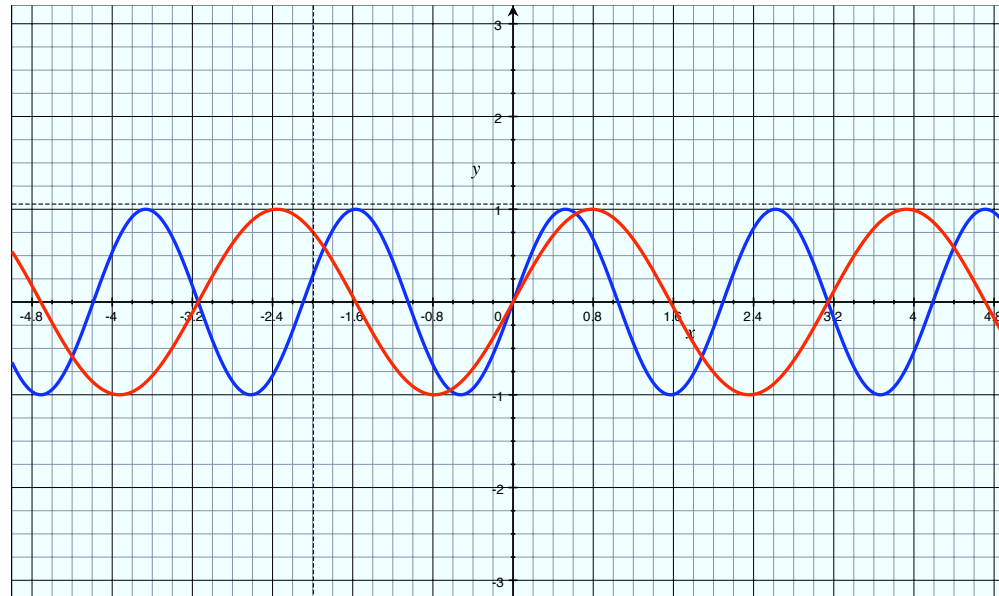
- Nel 1915 sir Geoffrey Ingram Taylor eseguì l'esperimento seguente.
- Una sorgente luminosa a bassissima intensità emette un fotone alla volta. Tra la sorgente e la lastra fotografica che rivelerà il fotone c'è uno schermo con 2 piccole fenditure.



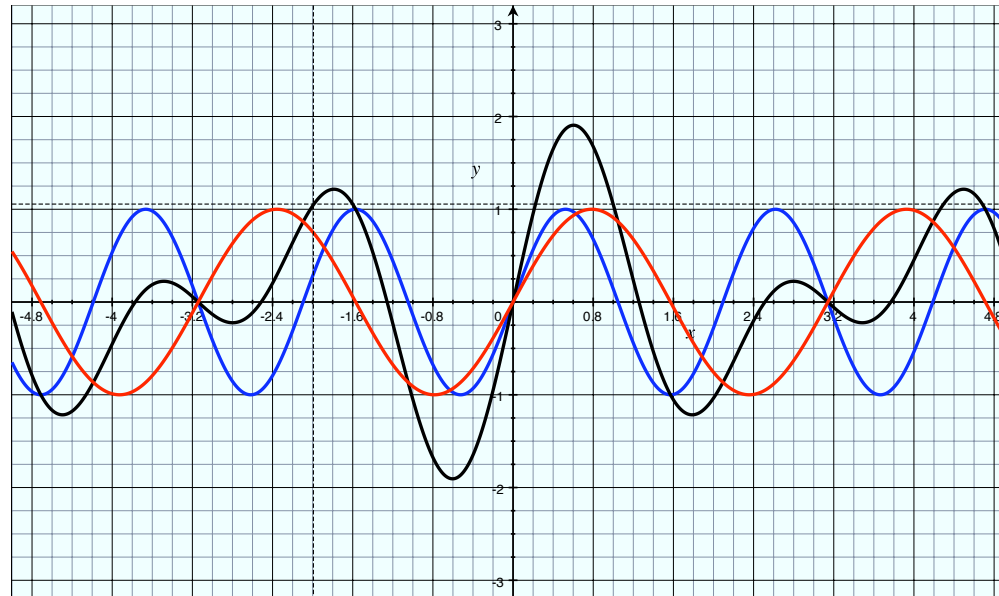
L'interferenza



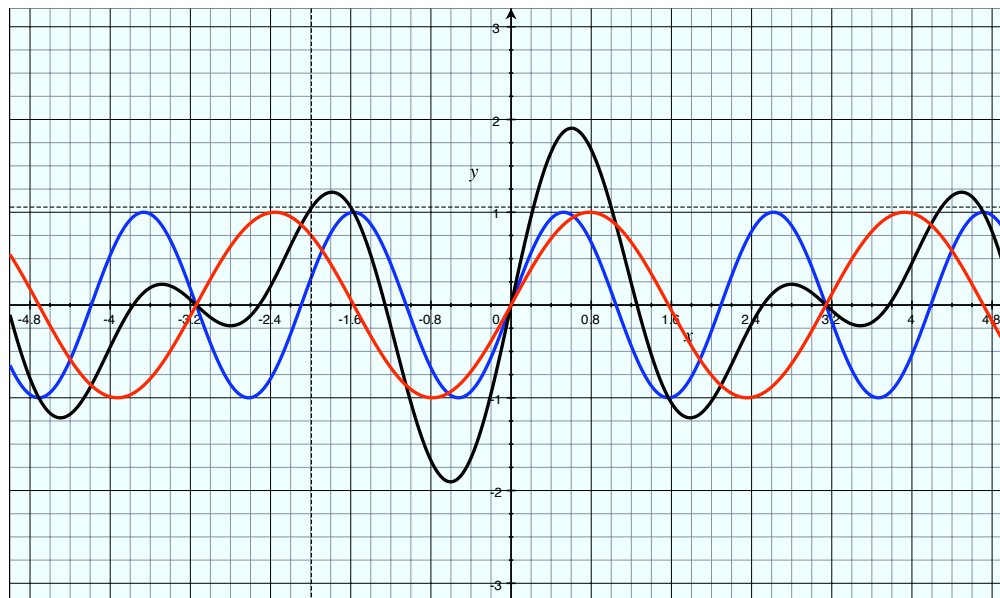
L'interferenza



L'interferenza



L'interferenza



La matematica della meccanica quantistica

- Il fotone non è in nessun posto. Ad ogni istante esso è descritto da una *funzione d'onda* ψ a valori complessi. La funzione $|\psi|^2$ rappresenta la *densità di probabilità* di trovare il fotone in una determinata posizione.

La matematica della meccanica quantistica

- Il fotone non è in nessun posto. Ad ogni istante esso è descritto da una *funzione d'onda* ψ a valori complessi. La funzione $|\psi|^2$ rappresenta la *densità di probabilità* di trovare il fotone in una determinata posizione.
- La funzione d'onda evolve nel tempo secondo l'*equazione di Schrödinger*

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi = -iH\psi.$$

La matematica della meccanica quantistica

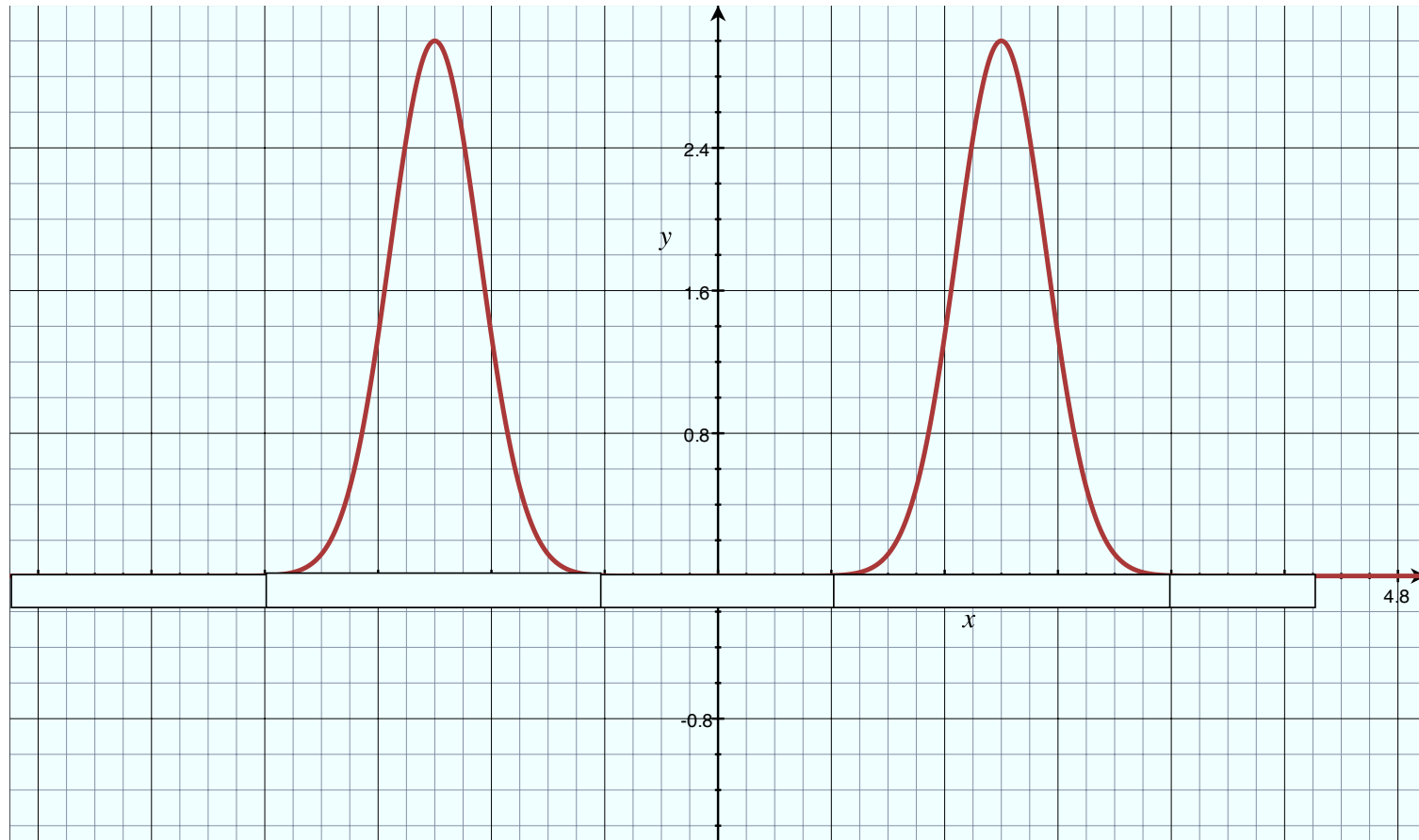
- Il fotone non è in nessun posto. Ad ogni istante esso è descritto da una *funzione d'onda* ψ a valori complessi. La funzione $|\psi|^2$ rappresenta la *densità di probabilità* di trovare il fotone in una determinata posizione.
- La funzione d'onda evolve nel tempo secondo l'*equazione di Schrödinger*

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi = -iH\psi.$$

- Quando *misuriamo* la posizione del fotone, tramite la lastra fotografica, la funzione d'onda ψ *collassa* ed il fotone appare in un punto (x, y, z) con densità di probabilità $|\psi(x, y, z)|^2$.

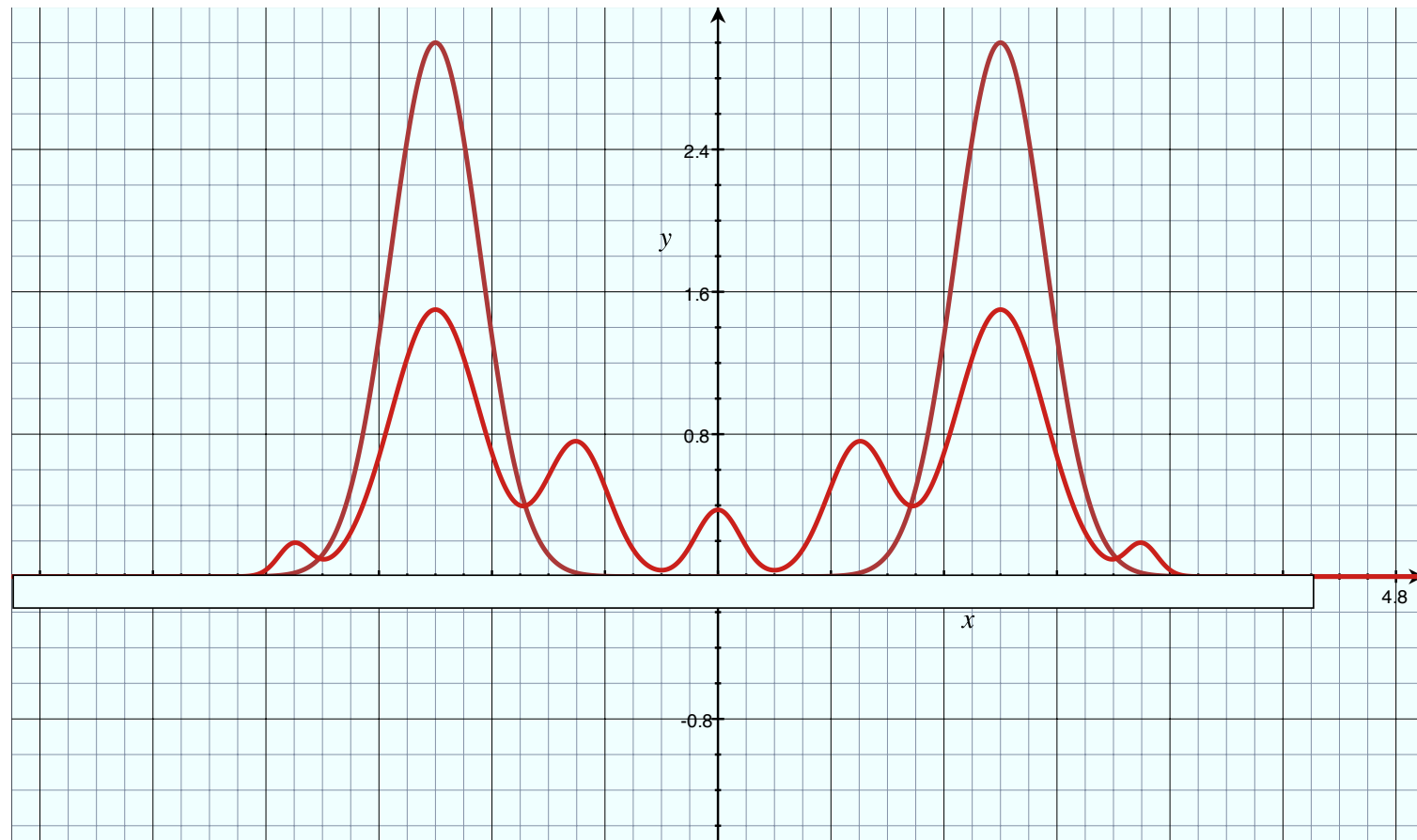
Spiegazione dell'Interferenza

Al passaggio dalla doppia fenditura $|\psi|^2$ appare come:



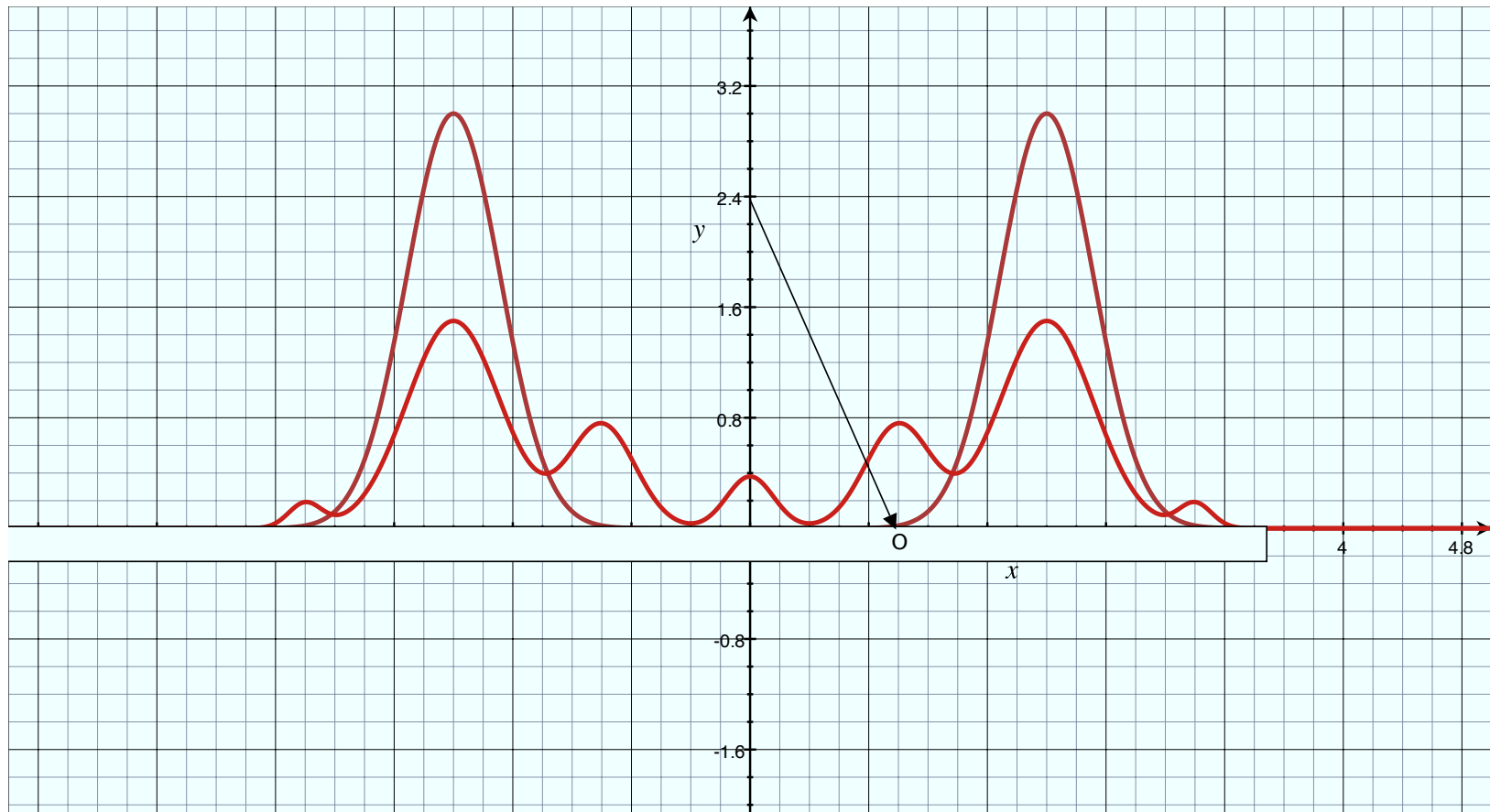
Spiegazione dell'Interferenza

All'arrivo sulla lastra fotografica $|\psi|^2$ appare come:



Spiegazione dell'Interferenza

La funzione d'onda collassa e un punto luminoso appare secondo la distribuzione di probabilità $|\psi|^2$:



Il caso nella fisica classica, I

Una causa minima, che ci sfugge, determina un effetto considerevole, del quale non possiamo non accorgerci: diciamo allora che questo effetto è dovuto al caso. Se conoscessimo con esattezza le leggi della natura e lo stato dell'universo all'istante iniziale, potremmo prevedere quale sarà lo stato di questo stesso universo ad un istante successivo. Ma quand'anche le leggi naturali non avessero per noi più segreti potremo conoscere lo stato iniziale soltanto approssimativamente.

Il caso nella fisica classica, I

Se ciò ci permette di conoscere lo stato successivo con la stessa approssimazione, non abbiamo bisogno d'altro, e diremo che il fenomeno è stato previsto, che esistono leggi che lo governano. Ma non sempre è così: può succedere che piccole differenze nelle condizioni iniziali generino differenze grandissime nei fenomeni finali; un piccolo errore a proposito delle prime genererebbe allora un errore enorme a proposito di questi ultimi. La previsione diventa impossibile: siamo di fronte al fenomeno fortuito.

[Henri Poincaré, “Le hasard, Revue du mois, 1907.]

Il caso nella fisica classica, II

- *Mi chiedete di prevedere i fenomeni che stanno per verificarsi.*

[Henri Poincaré, “Le hasard, Revue du mois, 1907.]

Il caso nella fisica classica, II

- *Mi chiedete di prevedere i fenomeni che stanno per verificarsi.*
- *Se per disgrazia conoscessi le leggi di questi fenomeni, non sarei in grado di farlo se non a prezzo di calcoli inestricabili e dovrei rinunciare a rispondervi; ma siccome ho la fortuna di ignorarle, vi risponderò immediatamente.*

[Henri Poincaré, “Le hasard, Revue du mois, 1907.]

Il caso nella fisica classica, II

- *Mi chiedete di prevedere i fenomeni che stanno per verificarsi.*
- *Se per disgrazia conoscessi le leggi di questi fenomeni, non sarei in grado di farlo se non a prezzo di calcoli inestricabili e dovrei rinunciare a rispondervi; ma siccome ho la fortuna di ignorarle, vi risponderò immediatamente.*
- *E quel che vi è di più straordinario in tutto ciò è che la mia risposta sarà corretta*

[Henri Poincaré, “Le hasard, Revue du mois, 1907.]

Le obiezioni di Einstein nel 1926

- *La meccanica quantistica è degna di ogni rispetto, ma una voce interiore mi dice che non è ancora la soluzione giusta. È una teoria che ci dice molte cose, ma non ci fa penetrare più a fondo il segreto del gran Vecchio.*

Le obiezioni di Einstein nel 1926

- *La meccanica quantistica è degna di ogni rispetto, ma una voce interiore mi dice che non è ancora la soluzione giusta. È una teoria che ci dice molte cose, ma non ci fa penetrare più a fondo il segreto del gran Vecchio.*
- *In ogni caso, sono convinto che questi non gioca a dadi con il mondo. Onde nello spazio a $3n$ dimensioni, la cui velocità è regolata dall'energia potenziale (come negli elastici di gomma)...*

Le obiezioni di Einstein nel 1926

- *La meccanica quantistica è degna di ogni rispetto, ma una voce interiore mi dice che non è ancora la soluzione giusta. È una teoria che ci dice molte cose, ma non ci fa penetrare più a fondo il segreto del gran Vecchio.*
- *In ogni caso, sono convinto che questi non gioca a dadi con il mondo. Onde nello spazio a $3n$ dimensioni, la cui velocità è regolata dall'energia potenziale (come negli elastici di gomma)...*
- *Mi do da fare a dedurre dalle equazioni differenziali della relatività generale le equazioni del moto dei punti materiali, concepiti come singolarità. [Albert Einstein, lettera a Max Born, 4 dicembre 1926]*

Il paradosso EPR

- Nel 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen pubblicano un articolo volto a dimostrare che la meccanica quantistica è *incompleta*. In altre parole, la funzione d'onda non fornisce una descrizione completa dello stato di un sistema.

Il paradosso EPR

- Nel 1935 Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen pubblicano un articolo volto a dimostrare che la meccanica quantistica è *incompleta*. In altre parole, la funzione d'onda non fornisce una descrizione completa dello stato di un sistema.
- Seguiamo il loro argomento nella versione di David Bohm e Yakir Aharonov (1957) (ulteriormente modificata).

La polarizzazione della luce

La luce può essere polarizzata in una qualsiasi direzione nel piano perpendicolare al suo cammino. Se un raggio di luce polarizzato in una certa direzione α incontra un polarizzatore orientato nella stessa direzione, lo attraversa. Se il polarizzatore è orientato perpendicolarmente ad α il raggio viene fermato. Se l'angolo è intermedio, passa solo una frazione della luce. A quel punto, la luce passata è polarizzata lungo la direzione del polarizzatore, come si può verificare facendola passare per un altro polarizzatore.

La polarizzazione della luce

Secondo la meccanica quantistica, anche un singolo fotone possiede una polarizzazione. Questa può avere una direzione precisa, oppure può essere indeterminata (esattamente come la posizione).

La polarizzazione della luce

Secondo la meccanica quantistica, anche un singolo fotone possiede una polarizzazione. Questa può avere una direzione precisa, oppure può essere indeterminata (esattamente come la posizione). Se il fotone è polarizzato, esso passa con certezza da un polarizzatore con la stessa orientazione, non passa da uno perpendicolare, passa con probabilità $\cos^2 \theta$ da un polarizzatore inclinato di un angolo θ .

La polarizzazione della luce

Secondo la meccanica quantistica, anche un singolo fotone possiede una polarizzazione. Questa può avere una direzione precisa, oppure può essere indeterminata (esattamente come la posizione). Se il fotone è polarizzato, esso passa con certezza da un polarizzatore con la stessa orientazione, non passa da uno perpendicolare, passa con probabilità $\cos^2 \theta$ da un polarizzatore inclinato di un angolo θ . Se la polarizzazione del fotone è indeterminata, esso passa da un polarizzatore qualsiasi con probabilità $1/2$. Se passa, assume la polarizzazione del polarizzatore.

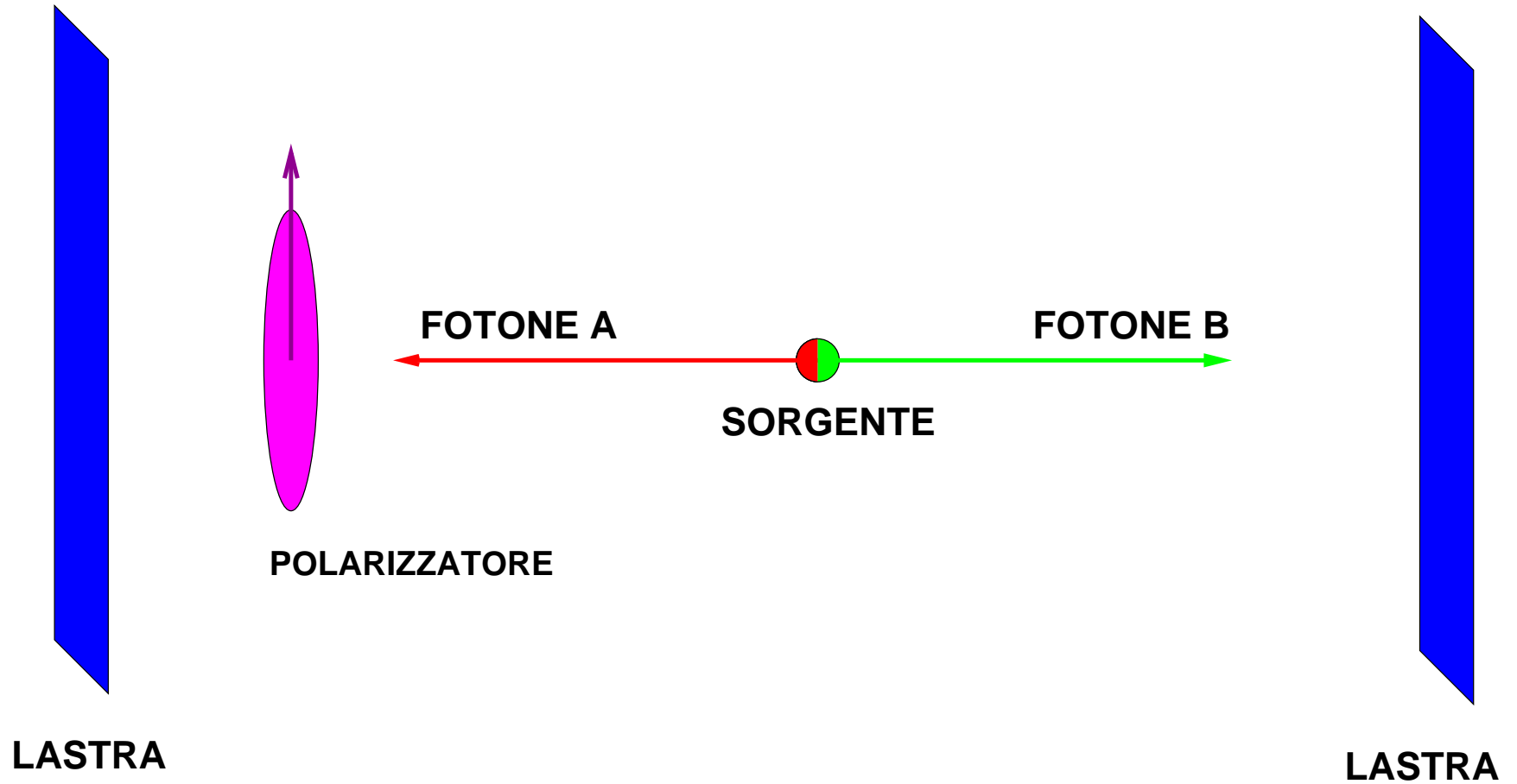
L'esperimento concettuale

- Supponiamo di disporre di una sorgente che emetta *coppie* di fotoni, A e B , di polarizzazione INDETERMINATA ma IDENTICA per le due particelle. I due fotoni partono in direzioni opposte.

L'esperimento concettuale

- Supponiamo di disporre di una sorgente che emetta *coppie* di fotoni, A e B , di polarizzazione INDETERMINATA ma IDENTICA per le due particelle. I due fotoni partono in direzioni opposte.
- Quando sono ad una distanza considerevole, il fotone A incontra un polarizzatore orientato in senso VERTICALE. Entrambi i fotoni possono essere rilevati da lastre fotografiche.

L'esperimento concettuale



Interpretazione

- Secondo la meccanica quantistica, prima di incontrare il polarizzatore, la polarizzazione di A è indeterminata. Incontrando il polarizzatore, questa indeterminazione scompare: se passa, la sua polarizzazione diventa verticale, altrimenti orizzontale. Possiamo decidere quale dei due eventi si è verificato mettendo un rivelatore dopo il polarizzatore.

Interpretazione

- Secondo la meccanica quantistica, prima di incontrare il polarizzatore, la polarizzazione di A è indeterminata. Incontrando il polarizzatore, questa indeterminazione scompare: se passa, la sua polarizzazione diventa verticale, altrimenti orizzontale. Possiamo decidere quale dei due eventi si è verificato mettendo un rivelatore dopo il polarizzatore.
- Ma dato che il fotone B ha la stessa polarizzazione di A , nello stesso istante in cui A “sceglie” se avere polarizzazione orizzontale o verticale, B compie esattamente la stessa scelta. Però a quel punto A e B sono molto lontani: l’informazione sulla orientazione di A si è propagata istantaneamente.

Conseguenze

- Da questo argomento EPR traggono la seguente conclusione: o il mondo è **NON LOCALE** (vi sono azioni in un posto che hanno ripercussioni immediate in un posto lontanissimo) oppure la meccanica quantistica **NON È COMPLETA**.

Conseguenze

- Da questo argomento EPR traggono la seguente conclusione: o il mondo è **NON LOCALE** (vi sono azioni in un posto che hanno ripercussioni immediate in un posto lontanissimo) oppure la meccanica quantistica **NON È COMPLETA**.
- Infatti, se pensiamo che i fotoni possiedano una polarizzazione ben determinata, ancorché a noi sconosciuta, scompare l'esigenza di invocare azioni a distanza e il paradosso non è più tale.

Reazioni

- A questo articolo Niels Bohr replica con due scritti, apparsi su *Nature* e su *Physical Review* nel 1935. La discussione tra Einstein e Bohr, come pure quella tra Einstein e Born, andrà avanti per anni.

Reazioni

- A questo articolo Niels Bohr replica con due scritti, apparsi su *Nature* e su *Physical Review* nel 1935. La discussione tra Einstein e Bohr, come pure quella tra Einstein e Born, andrà avanti per anni.
- Einstein tenta invano di formulare una teoria che sia completa, locale, e che sia in accordo con la meccanica quantistica.

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- [...] *prenderai forse posizione nel senso che una descrizione completa sarebbe inutile in quanto ad essa non corrisponderebbe alcuna regolarità.*

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- [...] *prenderai forse posizione nel senso che una descrizione completa sarebbe inutile in quanto ad essa non corrisponderebbe alcuna regolarità.*
- *Riconosco di non poter contestare in modo definitivo quest'ipotesi; ma il mio istinto mi dice che la formulazione esauriente delle leggi è legata a una descrizione completa delle situazioni.*

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- [...] *prenderai forse posizione nel senso che una descrizione completa sarebbe inutile in quanto ad essa non corrisponderebbe alcuna regolarità.*
- *Riconosco di non poter contestare in modo definitivo quest'ipotesi; ma il mio istinto mi dice che la formulazione esauriente delle leggi è legata a una descrizione completa delle situazioni.*
- *Di ciò sono convinto, anche se il successo (finora) testimonia in senso contrario.*

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- *Credo anche che l'attuale formulazione sia vera nel senso in cui lo sono ad esempio gli enunciati della termodinamica, e cioè nella misura in cui i concetti che si utilizzano sono adeguati.*

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- *Credo anche che l'attuale formulazione sia vera nel senso in cui lo sono ad esempio gli enunciati della termodinamica, e cioè nella misura in cui i concetti che si utilizzano sono adeguati.*
- *Tutto ciò non vuole essere un tentativo (inutile) di persuadere te (o chiunque altro): vorrei soltanto che comprendessi il mio modo di pensare. [Albert Einstein, lettera a Max Born, 15 settembre 1950]*

Le obiezioni di Einstein negli anni '50

- *Credo anche che l'attuale formulazione sia vera nel senso in cui lo sono ad esempio gli enunciati della termodinamica, e cioè nella misura in cui i concetti che si utilizzano sono adeguati.*
- *Tutto ciò non vuole essere un tentativo (inutile) di persuadere te (o chiunque altro): vorrei soltanto che comprendessi il mio modo di pensare. [Albert Einstein, lettera a Max Born, 15 settembre 1950]*
- *Caro Born, la tua concezione è assolutamente insostenibile. [Albert Einstein, lettera a Max Born, 1 gennaio 1954]*

Il contributo di Bell

- Nel 1964 John S. Bell dimostra che nessun modello locale può essere in accordo con la meccanica quantistica.

Il contributo di Bell

- Nel 1964 John S. Bell dimostra che nessun modello locale può essere in accordo con la meccanica quantistica.
- Di più: propone un esperimento che possa confutare la meccanica quantistica oppure confutare un qualsiasi modello locale.

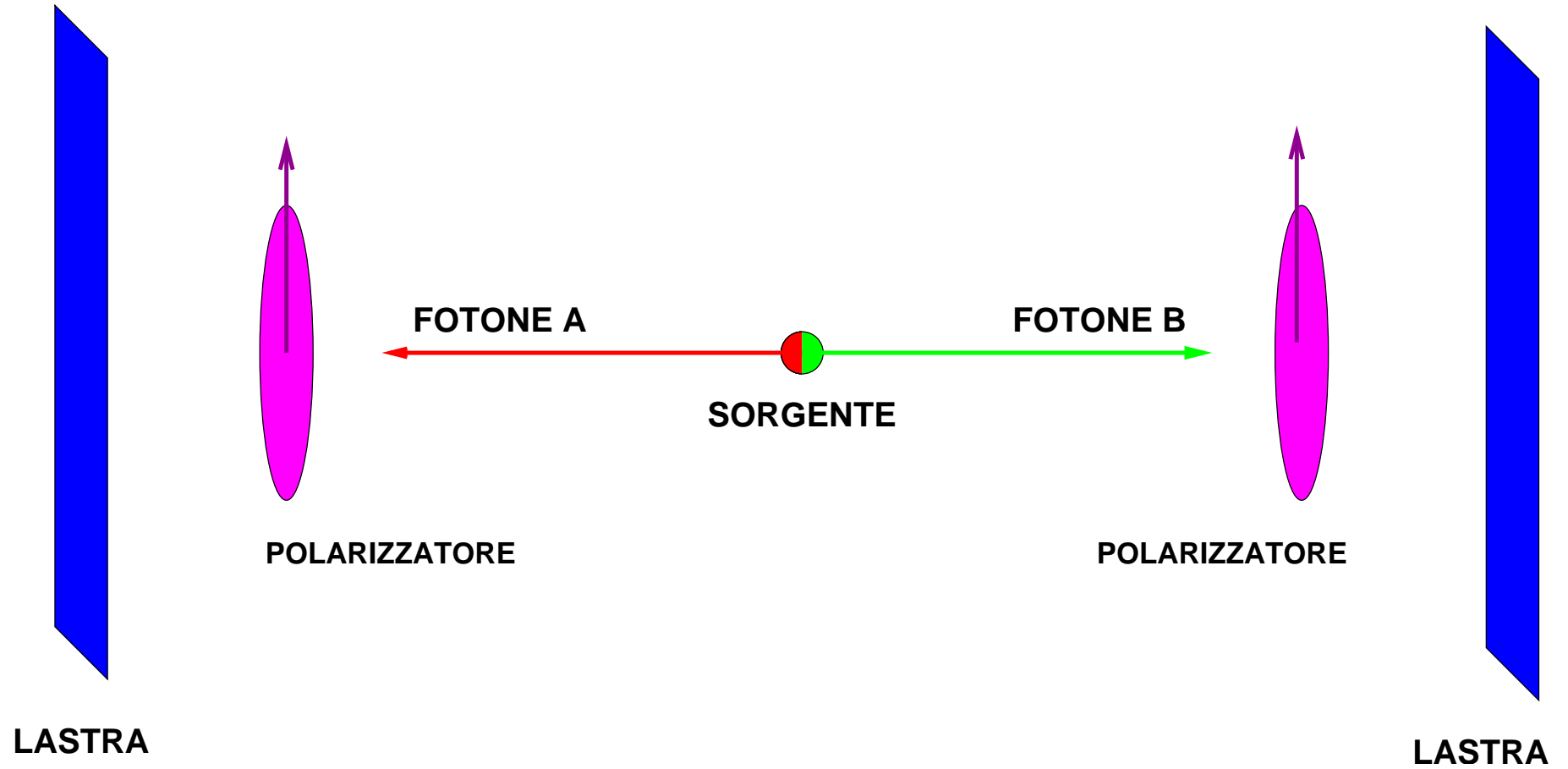
L'apparato sperimentale immaginato da Bell

- Supponiamo di disporre di una sorgente che emetta *coppie* di fotoni, A e B , di polarizzazione INDETERMINATA ma IDENTICA per le due particelle. I due fotoni partono in direzioni opposte.

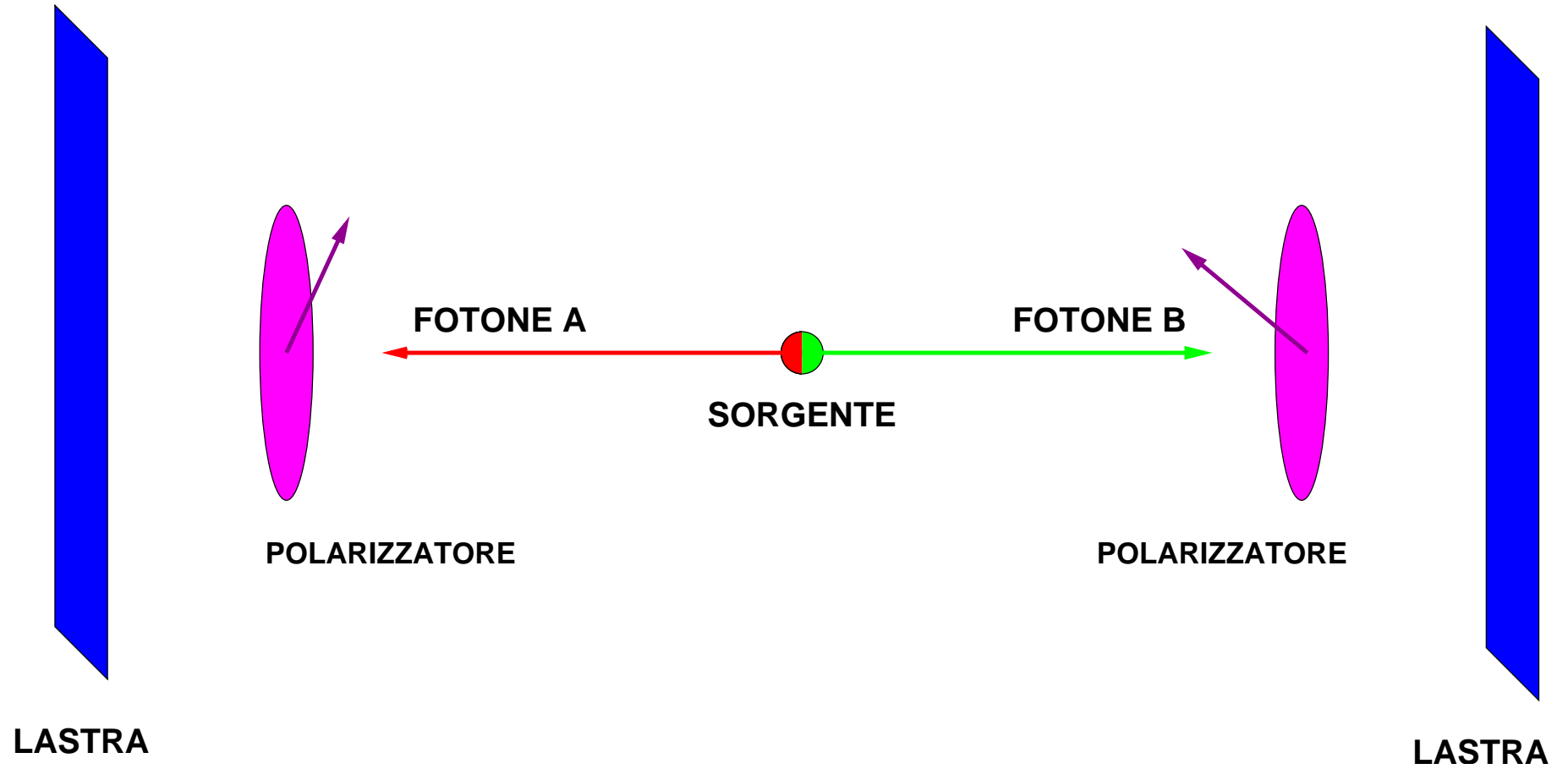
L'apparato sperimentale immaginato da Bell

- Supponiamo di disporre di una sorgente che emetta *coppie* di fotoni, A e B , di polarizzazione INDETERMINATA ma IDENTICA per le due particelle. I due fotoni partono in direzioni opposte.
- Entrambi i fotoni incontrano polarizzatori, che però possono essere orientati secondo angoli diversi. Due lastre fotografiche permettono di rivelare il passaggio di ciascun fotone.

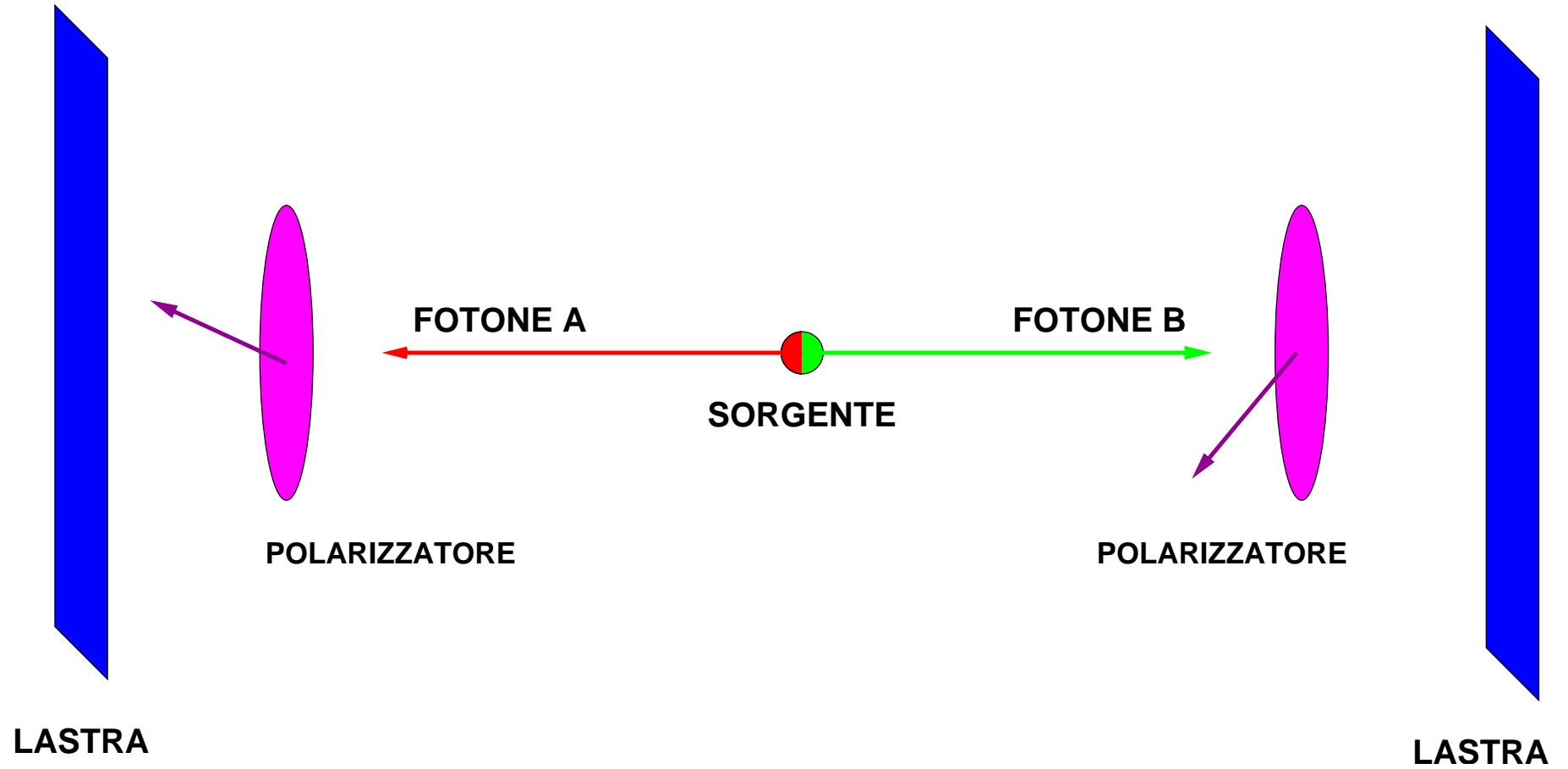
L'apparato sperimentale immaginato da Bell



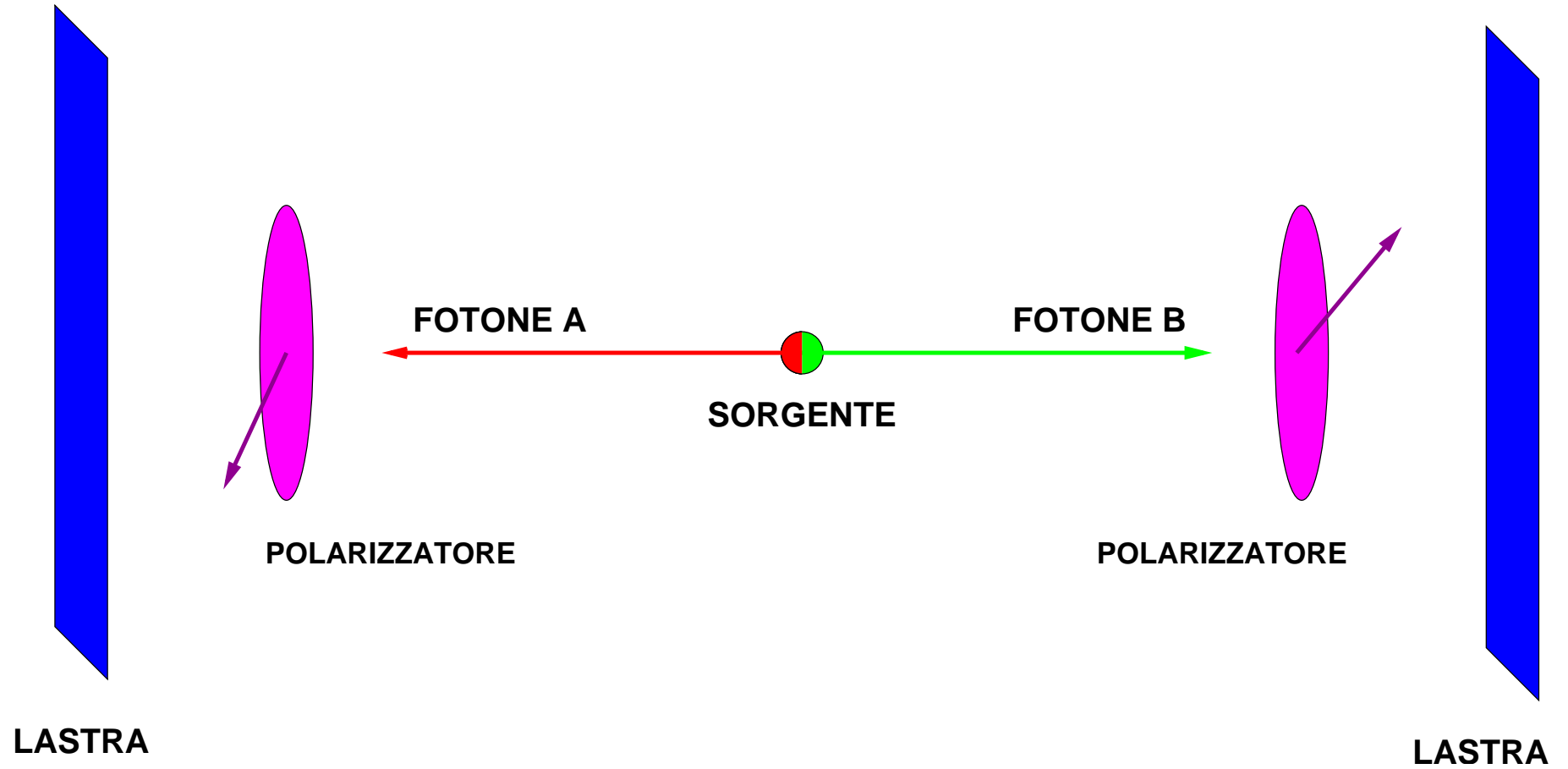
L'apparato sperimentale immaginato da Bell



L'apparato sperimentale immaginato da Bell



L'apparato sperimentale immaginato da Bell



La funzione di correlazione

- Indichiamo con $\nu(\alpha, \beta)$ la funzione di correlazione che si ottiene quando il primo polarizzatore è inclinato di un angolo α e il secondo di un angolo β . In altre parole, $\nu(\alpha, \beta)$ si calcola così:

La funzione di correlazione

- Indichiamo con $\nu(\alpha, \beta)$ la funzione di correlazione che si ottiene quando il primo polarizzatore è inclinato di un angolo α e il secondo di un angolo β . In altre parole, $\nu(\alpha, \beta)$ si calcola così:
- si fanno N esperimenti con i polarizzatori orientati come detto;

La funzione di correlazione

- Indichiamo con $\nu(\alpha, \beta)$ la funzione di correlazione che si ottiene quando il primo polarizzatore è inclinato di un angolo α e il secondo di un angolo β . In altre parole, $\nu(\alpha, \beta)$ si calcola così:
- si fanno N esperimenti con i polarizzatori orientati come detto;
- tutte le volte che i fotoni hanno lo stesso comportamento (cioè passano entrambi o non passano entrambi) si somma $+1$;

La funzione di correlazione

- Indichiamo con $\nu(\alpha, \beta)$ la funzione di correlazione che si ottiene quando il primo polarizzatore è inclinato di un angolo α e il secondo di un angolo β . In altre parole, $\nu(\alpha, \beta)$ si calcola così:
- si fanno N esperimenti con i polarizzatori orientati come detto;
- tutte le volte che i fotoni hanno lo stesso comportamento (cioè passano entrambi o non passano entrambi) si somma $+1$;
- tutte le volte che i fotoni hanno comportamento diverso si somma -1 ;

La funzione di correlazione

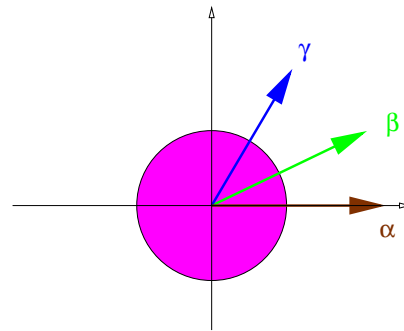
- Indichiamo con $\nu(\alpha, \beta)$ la funzione di correlazione che si ottiene quando il primo polarizzatore è inclinato di un angolo α e il secondo di un angolo β . In altre parole, $\nu(\alpha, \beta)$ si calcola così:
- si fanno N esperimenti con i polarizzatori orientati come detto;
- tutte le volte che i fotoni hanno lo stesso comportamento (cioè passano entrambi o non passano entrambi) si somma $+1$;
- tutte le volte che i fotoni hanno comportamento diverso si somma -1 ;
- si divide per N : il numero trovato è $\nu(\alpha, \beta)$.

La funzione di Bell

- Esempi: $\nu(\alpha, \alpha) = 1$, $\nu(\alpha, \alpha + \pi/2) = -1$.

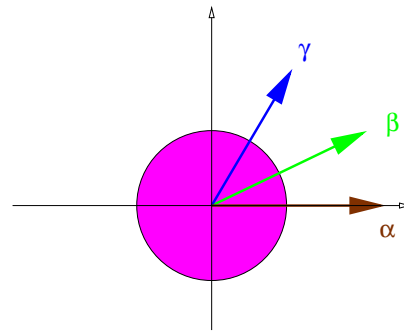
La funzione di Bell

- Esempi: $\nu(\alpha, \alpha) = 1$, $\nu(\alpha, \alpha + \pi/2) = -1$.
- Fissiamo gli angoli $\alpha = 0$, $\beta = \pi/6$ e $\gamma = \pi/3$.



La funzione di Bell

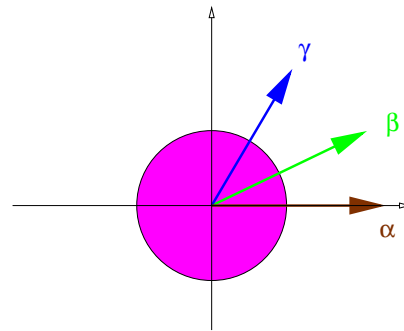
- Esempi: $\nu(\alpha, \alpha) = 1$, $\nu(\alpha, \alpha + \pi/2) = -1$.
- Fissiamo gli angoli $\alpha = 0$, $\beta = \pi/6$ e $\gamma = \pi/3$.



- Facciamo molti esperimenti orientando il primo polarizzatore secondo l'angolo α oppure β , e il secondo secondo l'angolo β oppure γ .

La funzione di Bell

- Esempi: $\nu(\alpha, \alpha) = 1$, $\nu(\alpha, \alpha + \pi/2) = -1$.
- Fissiamo gli angoli $\alpha = 0$, $\beta = \pi/6$ e $\gamma = \pi/3$.



- Facciamo molti esperimenti orientando il primo polarizzatore secondo l'angolo α oppure β , e il secondo secondo l'angolo β oppure γ .
- Calcoliamo

$$B = \nu(\alpha, \beta) + \nu(\beta, \gamma) - \nu(\alpha, \gamma).$$

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos 2(\beta - \alpha).$$

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos 2(\beta - \alpha).$$

- **Esercizio:** dimostrarlo, sapendo che

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos 2(\beta - \alpha).$$

- **Esercizio:** dimostrarlo, sapendo che
 1. un fotone con polarizzazione indeterminata passa da un polarizzatore con probabilità $1/2$;

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos^2(\beta - \alpha).$$

- **Esercizio:** dimostrarlo, sapendo che
 1. un fotone con polarizzazione indeterminata passa da un polarizzatore con probabilità $1/2$;
 2. un fotone polarizzato passa da un polarizzatore inclinato di un angolo θ rispetto alla sua polarizzazione con probabilità $\cos^2 \theta$.

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos 2(\beta - \alpha).$$

- **Esercizio:** dimostrarlo, sapendo che
 1. un fotone con polarizzazione indeterminata passa da un polarizzatore con probabilità $1/2$;
 2. un fotone polarizzato passa da un polarizzatore inclinato di un angolo θ rispetto alla sua polarizzazione con probabilità $\cos^2 \theta$.
- $B_{MQ} = \cos 2(\beta - \alpha) + \cos 2(\gamma - \beta) - \cos 2(\gamma - \alpha)$

La previsione della MQ

- Secondo la meccanica quantistica

$$\nu(\alpha, \beta) = \cos 2(\beta - \alpha).$$

- **Esercizio:** dimostrarlo, sapendo che
 1. un fotone con polarizzazione indeterminata passa da un polarizzatore con probabilità $1/2$;
 2. un fotone polarizzato passa da un polarizzatore inclinato di un angolo θ rispetto alla sua polarizzazione con probabilità $\cos^2 \theta$.
- $B_{\text{MQ}} = \cos 2(\beta - \alpha) + \cos 2(\gamma - \beta) - \cos 2(\gamma - \alpha)$
- $= \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{2}{3}\pi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$

Conseguenze di un modello locale

- Se crediamo in un mondo locale, il fatto che le coppie di fotoni hanno comportamento identico se posti di fronte a polarizzatori con identica orientazione implica che:

Conseguenze di un modello locale

- Se crediamo in un mondo locale, il fatto che le coppie di fotoni hanno comportamento identico se posti di fronte a polarizzatori con identica orientazione implica che:
- Ciascun fotone sa già in partenza come si comporterà di fronte ad un polarizzatore comunque orientato. Le coppie di fotoni gemelli hanno le stesse istruzioni.

Conseguenze di un modello locale

- Se crediamo in un mondo locale, il fatto che le coppie di fotoni hanno comportamento identico se posti di fronte a polarizzatori con identica orientazione implica che:
- Ciascun fotone sa già in partenza come si comporterà di fronte ad un polarizzatore comunque orientato. Le coppie di fotoni gemelli hanno le stesse istruzioni.
- Etichettiamo i nostri fotoni a seconda di come si comporterebbero di fronte ai tre angoli α, β, γ . Per ciascun angolo si hanno due scelte, per un totale di $2^3 = 8$ tipi diversi di fotoni.

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
----------	---------	----------	-------------------------------

$$\begin{aligned} B_{\text{Loc}} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{Loc} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{\text{Loc}} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$

$$\begin{aligned} B_{Loc} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{Loc} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$
-	+	+	$-1+1+1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{Loc} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$
-	+	+	$-1+1+1 = 1$
-	+	-	$-1-1-1 = -3$

$$\begin{aligned} B_{\text{Loc}} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$
-	+	+	$-1+1+1 = 1$
-	+	-	$-1-1-1 = -3$
-	-	+	$1-1+1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{\text{Loc}} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$
-	+	+	$-1+1+1 = 1$
-	+	-	$-1-1-1 = -3$
-	-	+	$1-1+1 = 1$
-	-	-	$1+1-1 = 1$

$$\begin{aligned} B_{Loc} &= \nu(\alpha, \beta) \\ &+ \nu(\beta, \gamma) \\ &- \nu(\alpha, \gamma) \end{aligned}$$

La previsione di un modello locale

α	β	γ	Contributo a B_{Loc}
+	+	+	$1+1-1 = 1$
+	+	-	$1-1+1 = 1$
+	-	+	$-1-1-1 = -3$
+	-	-	$-1+1+1 = 1$
-	+	+	$-1+1+1 = 1$
-	+	-	$-1-1-1 = -3$
-	-	+	$1-1+1 = 1$
-	-	-	$1+1-1 = 1$

Disuguaglianza di Bell

$$B_{\text{Loc}} \leq 1.$$

Le conclusioni di Bell

- Dato che

$$B_{\text{MQ}} = \frac{3}{2},$$

la meccanica quantistica viola la disuguaglianza di Bell

$$B_{\text{Loc}} \leq 1.$$

Le conclusioni di Bell

- Dato che

$$B_{\text{MQ}} = \frac{3}{2},$$

la meccanica quantistica viola la disuguaglianza di Bell

$$B_{\text{Loc}} \leq 1.$$

- Da ciò Bell trae la seguente conclusione: se la meccanica quantistica è corretta, il mondo è non locale.

Gli esperimenti

1972 Freedman e Clauser: violazione della disuguaglianza di Bell.

Gli esperimenti

1972 Freedman e Clauser: violazione della disuguaglianza di Bell.

1974 Holt e Pipkin: conferma della disuguaglianza di Bell e disaccordo con la MQ.

Gli esperimenti

- 1972 Freedman e Clauser: violazione della disuguaglianza di Bell.
- 1974 Holt e Pipkin: conferma della disuguaglianza di Bell e disaccordo con la MQ.
- 1976 Clauser: violazione della disuguaglianza di Bell.

Ancora esperimenti

1982 Aspect, Dalibard e Roger: violazione della disuguaglianza di Bell. Qua l'orientazione dei polarizzatori viene scelta *dopo* l'emissione delle particelle.

Ancora esperimenti

- 1982 Aspect, Dalibard e Roger: violazione della disuguaglianza di Bell. Qua l'orientazione dei polarizzatori viene scelta *dopo* l'emissione delle particelle.
- 2000 Weihs: violazione della disuguaglianza di Bell.

Ancora esperimenti

- 1982 Aspect, Dalibard e Roger: violazione della disuguaglianza di Bell. Qua l'orientazione dei polarizzatori viene scelta *dopo* l'emissione delle particelle.
- 2000 Weihs: violazione della disuguaglianza di Bell.
- 2001 Wineland: viene superato il problema della scarsa affidabilità dei rivelatori.

Ancora esperimenti

- 1982 Aspect, Dalibard e Roger: violazione della disuguaglianza di Bell. Qua l'orientazione dei polarizzatori viene scelta *dopo* l'emissione delle particelle.
- 2000 Weihs: violazione della disuguaglianza di Bell.
- 2001 Wineland: viene superato il problema della scarsa affidabilità dei rivelatori.
- 2007 Zeilinger crea coppie di fotoni gemelli sull'isola di La Palma e ne verifica la coerenza a Tenerife, 144 chilometri più in là.

Una storia olandese

- La risposta dell'oracolo di Delft: *Se ci sarà un maschio, degli altri due uno avrà i capelli chiari l'altro scuri. Se ci sarà una femmina, gli altri due avranno lo stesso colore di capelli.*

Una storia olandese

- La risposta dell'oracolo di Delft: *Se ci sarà un maschio, degli altri due uno avrà i capelli chiari l'altro scuri. Se ci sarà una femmina, gli altri due avranno lo stesso colore di capelli.*
- **Esercizio:** Spiegare la deduzione di Alberto: *avremo 2 maschi e una femmina oppure 3 femmine. Cosa altro si può dedurre?*

Una storia olandese

- La risposta dell'oracolo di Delft: *Se ci sarà un maschio, degli altri due uno avrà i capelli chiari l'altro scuri. Se ci sarà una femmina, gli altri due avranno lo stesso colore di capelli.*
- **Esercizio:** Spiegare la deduzione di Alberto: *avremo 2 maschi e una femmina oppure 3 femmine. Cosa altro si può dedurre?*
- **Esercizio:** Come mai, pur essendo nati 3 maschi, Nielsie pensa che l'oracolo abbia detto la verità?

Per saperne di più

- A. Einstein, *Opere scelte*, Boringhieri 1988.

Per saperne di più

- A. Einstein, *Opere scelte*, Boringhieri 1988.
- J. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press 2004.

Per saperne di più

- A. Einstein, *Opere scelte*, Boringhieri 1988.
- J. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press 2004.
- A. D. Aczel, *Entanglement*, Raffaello Cortina Editore 2004.

Per saperne di più

- A. Einstein, *Opere scelte*, Boringhieri 1988.
- J. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press 2004.
- A. D. Aczel, *Entanglement*, Raffaello Cortina Editore 2004.
- F. Selleri, *La fisica tra paradossi e realtà*, Progedit 2003.

Per saperne di più

- A. Einstein, *Opere scelte*, Boringhieri 1988.
- J. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*, Cambridge University Press 2004.
- A. D. Aczel, *Entanglement*, Raffaello Cortina Editore 2004.
- F. Selleri, *La fisica tra paradossi e realtà*, Progedit 2003.
- A. Zeilinger, *Il velo di Einstein*, Einaudi 2006.