

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

SECONDO SCRITTO

6 giugno 2007

Nome e cognome

Matricola

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0,5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima sia la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Il negozio di scarpe sotto casa tua questa settimana ha diminuito tutti i prezzi del 15%. Invece, il negozio di scarpe nella strada parallela ha effettuato uno sconto su tutta la merce del 10% il martedì, e di un ulteriore 5% il giovedì. Sapendo che i prezzi iniziali erano uguali, in quale negozio ti conviene andare a comprare le scarpe il venerdì?*

Esercizio 1.2. *Per quale sottoinsieme $I \subseteq \mathbb{R}$ la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow I$ data da $f(x) = x^2 + 1$ ha codominio I ed è surgettiva?*

Esercizio 1.3. *Calcola la derivata della funzione*

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{1+x^2}.$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *La lunghezza del pelo di una specie di scoiattoli è determinata geneticamente da un gene con due possibili alleli: l'allele “L” dominante del pelo lungo e l'allele “c” recessivo del pelo corto. La popolazione che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che il 75% degli alleli nella popolazione sono “L”, e il 25% sono “c”. Qual è la probabilità che uno scoiattolo preso a caso nella popolazione abbia il pelo corto*

- (1) *non avendo nessun'altra informazione?*
- (2) *sapendo che il padre ha il pelo lungo e la madre il pelo corto?*
- (3) *sapendo soltanto che il padre ha il pelo lungo?*
- (4) *sapendo soltanto che la madre ha il pelo corto?*
- (5) *sapendo che il padre e la madre hanno il pelo corto?*

Esercizio 2.2. *Vuoi studiare se c'è una relazione fra la lunghezza della proboscide degli elefanti indiani e la superficie delle loro orecchie. Hai avuto accesso a uno zoo dove ti hanno permesso di misurare tre elefanti, ottenendo le seguenti coppie di dati: (1 m, 0.36 m²), (0.8 m, 0.25 m²), (1.8 m, 1 m²). Supponendo che la superficie delle orecchie dipenda in modo quadratico dalla lunghezza della proboscide, trova la*

funzione che esprime questa relazione. Secondo te, la relazione che hai ottenuto è realistica? Perché?

Esercizio 2.3. Studiando la percentuale di umidità nell'aria in funzione dei millimetri di pioggia nella stagione dei monsoni, giungi alla conclusione che la percentuale U di umidità dipende dai millimetri di pioggia secondo la funzione

$$U(x) = 50 + 50 \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}.$$

Studia la funzione U (anche per millimetri negativi, utile nei deserti).