

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

PRIMO SCRITTO

11 aprile 2007

Nome e cognome

Matricola

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense. . . Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno.

Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0, 5” o “No” non saranno valutate anche se corrette.

Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compito sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compito è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. *Lunedì il prezzo della benzina al distributore è salito del 10% rispetto al prezzo del sabato precedente. Mercoledì il prezzo della benzina si riabbassa del 10% rispetto al prezzo di lunedì. Rispetto a sabato, il prezzo della benzina è aumentato, diminuito o rimasto costante? Perché?*

Esercizio 1.2. *La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ data da $f(x) = x^2$ è invertibile?*

Esercizio 1.3. *Calcola il seguente integrale*

$$\int_{-1}^0 (3x^2 + 2x + 1) dx .$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Ti hanno rubato il cellulare, fortunatamente dotato di codice PIN (formato da 4 cifre numeriche). Qual è la probabilità che il ladro riesca ad indovinare il codice,*

- (1) *non avendo nessuna informazione?*
- (2) *sapendo che la prima cifra del codice è 0?*
- (3) *sapendo che una cifra (e una sola cifra) del codice è 0?*
- (4) *sapendo che le cifre sono 0, 1, 2, 3, ma non sapendo l'ordine?*
- (5) *sapendo che le cifre sono 2, 2, 3, 9, ma non sapendo l'ordine?*

Esercizio 2.2. *Misuri l'altezza di un albero in funzione del tempo. Quando hai iniziato l'esperimento ($t = 0$), l'altezza dell'albero era di 1.00 m. Dopo una settimana ($t = 1$) l'altezza dell'albero era di 1.04 m. Dopo due settimane ($t = 2$), di 1.10 m. Supponendo che l'altezza dipenda in modo quadratico dal tempo, trova la funzione che esprime la crescita dell'albero. La funzione che hai trovato può rappresentare la crescita dell'albero anche per tempi precedenti all'inizio della tua misurazione? A partire da quando? Perché?*

Esercizio 2.3. *Studiando la crescita della popolazione di rane in uno stagno, giungi alla conclusione che il numero N di individui varia nel tempo secondo la funzione*

$$N(t) = 100 + 50 \frac{e^t - 1}{e^t + 1}.$$

Studia la funzione N (anche per tempi negativi).