

MATEMATICA — CORSO B  
PROF. MARCO ABATE

QUARTO SCRITTO

18 gennaio 2012

Nome e cognome

Matricola

**ATTENZIONE:** il testo del compito è su due pagine.

*ISTRUZIONI:* Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

**Esercizio 1.1.** *Sei in coda a uno sportello con altre 10 persone, e vedi che fra di loro c'è anche un tuo amico. Qual è la probabilità che tra voi due ci siano esattamente altre 5 persone?*

**Esercizio 1.2.** *Costruisci, se esiste, una funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  strettamente crescente con  $f(0) = 2$  e*

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4.$$

**Esercizio 1.3.** *Determina il dominio e calcola la derivata della seguente funzione:*

$$f(t) = \frac{1}{1 - \log(t^3 + 1)}.$$

## 2. PARTE II

**Esercizio 2.1.** *La pericolosità del veleno di una specie di serpenti a sonagli è determinato geneticamente da un gene con tre possibili alleli: l'allele "V" molto velenoso, l'allele "v" poco velenoso, e l'allele "i" innocuo. L'allele V è dominante sugli altri due, e l'allele v è dominante sull'allele i. La popolazione di serpenti a sonagli che stai studiando soddisfa le ipotesi della legge di Hardy-Weinberg, e sai che l'84% dei serpenti a sonagli nella popolazione sono molto velenosi, il 15% sono poco velenosi, e l'1% è innocuo.*

- (1) *Calcola la probabilità di tutti gli alleli e di tutti i genotipi.*
- (2) *Qual è la probabilità che un serpente a sonagli preso a caso nella popolazione sia poco velenoso sapendo che il padre è molto velenoso e la madre innocua?*
- (3) *Qual è la probabilità che un serpente a sonagli preso a caso nella popolazione sia poco velenoso sapendo che il padre è molto velenoso?*

**Esercizio 2.2.** *Una popolazione di maiali in cattività viene nutrita solo con ghiande spagnole. Misurando la percentuale  $P$  di femmine che restano gravide in tre mesi in funzione della quantità di ghiande  $g$  (misurata in quintali) messa a disposizione, si trovano le seguenti coppie di valori:*

$$(g = 1, P = 40), \quad (g = 2, P = 50), \quad (g = 4, P = 30).$$

- (1) *Trova un polinomio quadratico che interpola esattamente questi dati, e usalo per stabilire qual è la quantità di ghiande (se esiste) da mettere a disposizione per rendere massima la percentuale di maiali gravide.*
- (2) *Per quale intervallo di valori della quantità di ghiande il modello dato da questo polinomio può ragionevolmente rappresentare il fenomeno che si sta studiando?*
- (3) *Usando il metodo dei minimi quadrati determina la retta (di regressione) che meglio interpola i dati. È una buona interpolazione?*

**Esercizio 2.3.** *In un esperimento stai misurando il potenziale elettrico  $V$  di un neurone di cavalletta in funzione del tempo, ma al tempo  $t = 0$  devi lasciare il laboratorio per partecipare a una riunione di dipartimento a cui non puoi mancare. Al tuo ritorno, trovi che l'andamento del potenziale elettrico misurato può essere descritto con buona approssimazione dalla seguente funzione:*

$$V(t) = \arctan \frac{x+1}{x-1} - \arctan 1 .$$

*Studia la funzione  $V$  (anche per tempi negativi). Secondo te, qualcuno o qualcosa può aver disturbato il neurone di cavalletta durante la tua assenza? Se sì, quando?*