

MATEMATICA E STATISTICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE

SESTO SCRITTO A.A. 2007/08

10 Febbraio 2009

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta).

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Qual è la probabilità di estrarre tre assi e un re, in quest'ordine, da un mazzo di 52 carte, in 4 estrazioni consecutive?

Esercizio 1.2. Fai un esempio di funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia crescente e tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \quad f(0) = -2.$$

Esercizio 1.3. Calcola il seguente integrale definito

$$\int_0^\pi x^2 + \cos(x) dx.$$

2. PARTE II

Esercizio 2.1. *Il pungiglione di una popolazione di scorpioni è determinato geneticamente da un gene con tre alleli: l'allele "N", corrispondente ad un pungiglione normale, l'allele "L", corrispondente ad un pungiglione lungo e l'allele "Z", corrispondente ad un pungiglione a zig-zag. L'allele "N" è dominante sugli alleli "L" e "Z", mentre il genotipo "LZ" corrisponde ad uno scomodo pungiglione lungo e a zig-zag. Supponendo che la popolazione soddisfi la legge di Hardy-Weinberg, e sapendo che il 91% degli scorpioni hanno il pungiglione normale, il 4% lungo e il 1% a zig-zag, calcola le probabilità di tutti i possibili genotipi.*

Qual è la probabilità che uno scorpione abbia il pungiglione a zig-zag, sapendo che uno dei genitori ha un pungiglione normale?

Esercizio 2.2. *Fai parte di una spedizione scientifica in Paraguay per studiare le caratteristiche del tucano toco. A tal fine, misuri la lunghezza L (misurata in centimetri) del becco del tucano in funzione dell'età t (misurata in anni) e ottieni i seguenti risultati:*

$$(t = 1, L = 10) \quad (t = 2, L = 15) \quad (t = 4, L = 20).$$

- (1) *Ipotizzando che la lunghezza del becco dipenda linearmente dall'età, trova la retta che meglio approssima i tuoi dati. L'approssimazione è buona?*
- (2) *Sapendo che un tucano toco vive al massimo 20 anni, per quale intervallo di tempi ritieni che la tua ipotesi sia ragionevole?*
- (3) *Trova una funzione quadratica che interpola esattamente i dati che hai raccolto.*

Esercizio 2.3. *Come tutti gli anni, decidi di passare la notte di San Lorenzo a guardare le stelle cadenti. Detta X la variabile aleatoria continua che corrisponde all'evento "avvistamento della stella cadente", forte dell'esperienza accumulata negli anni passati, ritieni che la funzione di distribuzione di X sia:*

$$F(t) = p(\{X \leq t\}) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 20 \\ \frac{t-20}{24} & \text{se } 20 \leq t \leq 24 \\ 1 & \text{se } t > 24. \end{cases}$$

- (1) *Calcola la densità di probabilità $f(t)$ e tracciane il grafico.*
- (2) *Qual è l'ora in cui è più probabile avvistare una stella cadente?*