

MATEMATICA — CORSO B
PROF. MARCO ABATE
SECONDO COMPITINO — TESTO A

27 aprile 2011

Nome e cognome

Matricola

ATTENZIONE: il testo del compito è su due pagine.

ISTRUZIONI: Non sono ammesse calcolatrici, libri di testo, cellulari, computer, dispense... Sono ammessi solo appunti scritti di proprio pugno. Giustificare tutte le risposte. Risposte del tipo “0.5” o “No” non saranno valutate anche se corrette. Per superare la prima parte non bisogna sbagliarne più di un terzo; per superare la seconda parte bisogna farne almeno metà. Perché il compitino sia sufficiente occorre che siano sufficienti sia la prima che la seconda parte. In particolare, se la prima parte è insufficiente l'intero compitino è insufficiente (e la seconda parte non viene corretta). In caso di copiatura accertata durante il compito o in fase di correzione, sono annullati sia il compito di chi ha copiato sia quello di chi ha fatto copiare.

1. PARTE I

Esercizio 1.1. Trova un esempio, se esiste, di funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ che sia crescente e tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \quad e \quad f(0) = 1 .$$

Esercizio 1.2. Determina il dominio della funzione

$$f(t) = \log_{11}(11^t - 1) ,$$

e risolvi la disequazione $f(t) \geq 0$.

Esercizio 1.3. La funzione

$$\frac{3x + 1}{8x^2 + 1}$$

è pari? È dispari?

2. PARTE II

Esercizio 2.1. Tutti i venerdì una linea aerea collega con un piccolo aereo da 30 posti Milano e Catania via Pisa. Le tariffe sono: Milano–Pisa 100 euro; Pisa–Catania 140 euro; Milano–Catania 180 euro.

10 passeggeri hanno già comprato il biglietto per la tratta Pisa–Catania, e non vengono venduti altri biglietti per questa tratta. Qual è la distribuzione di biglietti fra le tratte Milano–Pisa e Milano–Catania (che sia compatibile con il numero di posti sull'aereo e con i biglietti già venduti per la tratta Pisa–Catania) che rende massimo il ricavo della linea aerea? Qual è il ricavo massimo ottenibile?

Esercizio 2.2. *Fai parte di una spedizione scientifica in Zimbabwe per studiare le caratteristiche delle lucertole africane. A tal fine, misuri il tempo medio di digestione t (misurato in ore) di una lucertola in funzione della quantità c di cibo ingerita (misurata in decagrammi) ottenendo i seguenti risultati:*

$$(c = 3, t = 2), (c = 4, t = 6), (c = 5, t = 14) .$$

- (1) *Trova un polinomio quadratico che interpola esattamente i dati che hai raccolto.*
- (2) *Secondo te, per quale intervallo di valori della quantità di cibo ingerita il modello dato da questo polinomio può ragionevolmente rappresentare il fenomeno che stai studiando?*

Esercizio 2.3. *Stai studiando lo svilupparsi di un giovane albero di pompelmo, contando il numero $N(t)$ di fiori presenti sull'albero al tempo t , partendo da $t = 1$ e arrivando a $t = 31$ giorni. I risultati delle misurazioni, altri ottenuti da questi tramite semplici operazioni, e le relative medie sono riportati nella tabella qui sotto.*

- (i) *Determina la retta di regressione. Si tratta di una buona interpolazione?*
- (ii) *Interpola ora i dati supponendo che N dipenda esponenzialmente da t (cioè che si comporti come ap^t , con $p > 0$). Qual è la migliore interpolazione che puoi trovare? Si tratta di una buona interpolazione?*

[Potrebbero esserti utili alcune fra le seguenti operazioni: $30.63 \cdot 16 = 490.08$; $10^{0.96} \simeq 9.12$; $335.01/90 \simeq 3.72$; $3.72 \cdot 16 = 59.52$; $30.63 \cdot 30.63 \simeq 938.20$; $6.89/90 \simeq 0.08$; $90 \cdot 1821.16 = 163904.4$; $\sqrt{163904.4} \simeq 404.85$; $0.98 \cdot 16 = 15.68$; $10^{0.08} \simeq 1.2$; $43.39/825.09 \simeq 0.05$; $0.98 \cdot 0.98 \simeq 0.96$; $0.53 \cdot 90 = 47.7$; $\sqrt{47.7} \simeq 6.90$; $335.01/404.85 \simeq 0.83$; $6.89/6.90 \simeq 0.99$; $10^{-0.3} \simeq 0.5$; $2759.36/1.49 \simeq 1851.92$; $\sqrt{43.39} \simeq 6.59$; $10^{1.28} \simeq 19.05$; $0.08 \cdot 16 = 1.28$.]

| Dati | t | N | t^2 | tN | N^2 | $\text{Log } N$ | $(\text{Log } N)^2$ | $t \text{Log } N$ | $N \text{Log } t$ |
|-------|-----|-------|-------|--------|---------|-----------------|---------------------|-------------------|-------------------|
| | 1 | 1 | 1 | 1 | 91 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 4 | 1 | 16 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0.60 |
| | 7 | 2 | 49 | 14 | 4 | 0.30 | 0.09 | 2.11 | 1.69 |
| | 10 | 3 | 100 | 30 | 9 | 0.48 | 0.23 | 4.77 | 3 |
| | 13 | 5 | 169 | 65 | 25 | 0.70 | 0.49 | 9.09 | 5.57 |
| | 16 | 9 | 256 | 144 | 81 | 0.95 | 0.91 | 15.27 | 10.84 |
| | 19 | 16 | 361 | 304 | 256 | 1.20 | 1.45 | 22.88 | 20.46 |
| | 22 | 28 | 484 | 616 | 784 | 1.45 | 2.09 | 31.84 | 37.59 |
| | 25 | 48 | 625 | 1200 | 2304 | 1.68 | 2.83 | 42.03 | 67.10 |
| | 28 | 82 | 784 | 2296 | 6724 | 1.91 | 3.66 | 53.59 | 118.67 |
| | 31 | 142 | 961 | 4402 | 20164 | 2.15 | 4.63 | 66.72 | 211.77 |
| Medie | 16 | 30.63 | 346 | 825.09 | 2759.36 | 0.98 | 1.49 | 22.57 | 43.39 |